Aix*Marseille université
Socialement engagée

NNT : 2023AIXM0001

THÈSE DE DOCTORAT

Soutenue à Aix-Marseille Université
le 29 Septembre 2023 par

Bastien CARRERES

Détermination du taux de croissance des structures avec les supernovae de type Ia à partir du relevé photométrique ZTF

Discipline
Physique et Sciences de la Matière

Spécialité
Astrophysique et Cosmologie

École doctorale
ED 352 PHYSIQUE ET SCIENCES DE LA MATIERE

Laboratoire/Partenaires de recherche
Centre de Physique des Particules de Marseille

Composition du jury

Alex KIM LBNL, UC Berkeley	Rapporteur
Pierre ASTIER LPNHE, Paris	Rapporteur
Cristinel DIACONU CPPM, Marseille	Président
Anne EALET IP2I, Villeurbanne	Examinatrice
Cécile ROUCELLE APC, Paris	Examinatrice
Rick KESSLER KICP, Chicago	Examinateur
Dominique FOUCHEZ CPPM, Marseille	Directeur de thèse
Benjamin RACINE CPPM, Marseille	Co-directeur de thèse
Julian E. BAUTISTA CPPM, Marseille	Co-encadrant

CENTRE DE PHYSIQUE DES PARTICULES DE MARSEILLE
CPPM

Affidavit

Je soussigné, Bastien Carreres, déclare par la présente que le travail présenté dans ce manuscrit est mon propre travail, réalisé sous la direction scientifique de Dominique Fouchez et Benjamin Racine, dans le respect des principes d'honnêteté, d'intégrité et de responsabilité inhérents à la mission de recherche. Les travaux de recherche et la rédaction de ce manuscrit ont été réalisés dans le respect à la fois de la charte nationale de déontologie des métiers de la recherche et de la charte d'Aix-Marseille Université relative à la lutte contre le plagiat.

Ce travail n'a pas été précédemment soumis en France ou à l'étranger dans une version identique ou similaire à un organisme examinateur.

Fait à Marseille le 19/06/2023.



Cette œuvre est mise à disposition selon les termes de la Licence Creative Commons Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 4.0 International.

Liste de publications et participation aux conférences

Liste des publications et/ou brevets réalisés dans le cadre du projet de thèse :

1. *Growth-rate measurement with type-Ia supernovae using ZTF survey simulations*, DOI : 10.1051/0004-6361/202346173, Publication link : https://www.aanda.org/articles/aa/full_html/2023/06/aa46173-23/aa46173-23.html

Participation aux conférences et écoles d'été au cours de la période de thèse :

1. *Rencontres de Moriond 2022* (Poster et *proceedings*)
2. Conférence générale *DESC*, août 2022, au KICP, Chicago (Poster)
3. Ecole d'été Euclid 2020, 2021 et 2022

Résumé

L'accélération de l'expansion de l'univers est aujourd'hui modélisée par la présence d'une énergie noire représentée par une constante cosmologique Λ qui ne trouve pas d'interprétation physique entièrement satisfaisante. Les principales alternatives à cette constante sont des modèles d'énergie noire dynamique ou alors de modifications des lois de la relativité générale. La mesure du taux de croissance des structures $f\sigma_8$ au travers de l'observation du champ de vitesses des galaxies est un moyen efficace pour détecter d'éventuelles déviations au modèle standard et discriminer entre énergie noire dynamique et gravité modifiée. Dans cette thèse, j'étudie l'utilisation des indicateurs de distance que sont les supernovae de type Ia pour mesurer $f\sigma_8$. Mon travail se concentre sur l'élaboration d'une simulation du relevé ZTF pour étudier les biais et systématiques de l'analyse de $f\sigma_8$. Cette analyse repose sur l'utilisation d'un estimateur de vitesse qui utilise les mesures d'un module de distance d'une SN Ia et du *redshift* de la galaxie hôte associée. Les vitesses sont ensuite utilisées dans la maximisation d'une fonction de vraisemblance dont $f\sigma_8$ est un paramètre libre. Une simulation de 27 réalisations de ZTF équivalant à six ans de relevé permet de montrer que la limite en magnitude pour la classification spectroscopique des SNe Ia mène à un biais de sélection après un *redshift* $z \sim 0.06$. Ce biais se répercute sur $f\sigma_8$. Limiter les données avec une coupure à $z \sim 0.06$ permet d'obtenir une mesure non-biaisée de $f\sigma_8$ avec une précision de 19%. Ce résultat est déjà comparable aux résultats obtenus avec les galaxies à bas *redshift*. De plus, une correction parfaite du biais pour inclure les SNe Ia à plus haut *redshift* ne réduit pas significativement l'erreur sur $f\sigma_8$.

Abstract

The acceleration of the expansion of the Universe is modeled by the presence of dark energy, represented by a cosmological constant Λ, for which there is no entirely satisfactory physical interpretation. The main alternatives to this constant are models of dynamic dark energy or modifications to the laws of general relativity. Measuring the growth rate of $f\sigma_8$ structures through observations of the velocity field of galaxies is an effective way of detecting possible deviations from the standard model and discriminating between dynamical dark energy and modified gravity. In this thesis, I study the use of distance indicators such as type Ia supernovae to measure $f\sigma_8$. My work focuses on developing a simulation of the ZTF survey to study the biases and systematics of $f\sigma_8$ analysis. This analysis relies on the use of a velocity estimator that uses measurements of a distance modulus of an SN Ia and the *redshift* of the associated host galaxy. The velocities are then used in the maximization of a likelihood function with $f\sigma_8$ as a free parameter. A simulation of 27 ZTF mocks, each one equivalent to six years of survey, shows that the magnitude limit for spectroscopic classification of SNe Ia leads to a selection bias after a *redshift* $z \sim 0.06$. This bias is reflected in $f\sigma_8$. Limiting the data with a cutoff at $z \sim 0.06$ yields an unbiased measure of $f\sigma_8$ with an accuracy of 19%. This result is already comparable to those obtained with low-redshift galaxies. In addtion, the use of a perfect bias correction to include SNe Ia at higher *redshifts* does not significantly reduce the error on $f\sigma_8$.

Remerciements

Pour commencer, je voudrais remercier mes encadrants de thèse (officiels ou non ;-)) Dominique, Benjamin et Julian. Merci de m'avoir accordé du temps et de m'avoir guidé pendant ces trois années. Ce travail n'aurait pas été possible sans vous. Je remercie Dominique pour m'avoir donné l'opportunité de faire ma thèse au CPPM, mais aussi pour ses conseils et sa bienveillance tout au long de celle-ci. Merci Ben pour ton aide et pour les discussions scientifiques, informatiques (envoyer des jobs au CC c'est pas facile) ou autres, et pour m'avoir boosté à l'aide de sucreries et de thé. Merci à Julian pour avoir lancé le projet fsigma8 au CPPM, pour tes explications sur les LSS, pour les bières du soir et l'émoji JuL. Dans l'équipe LSST (ZTF ?) je remercie aussi Fabrice qui a été présent dans mon encadrement et m'a donné de nombreux conseils et commentaires toujours francs ! Je suis vraiment heureux d'avoir pu réaliser ma thèse avec un aussi bon encadrement !

Je remercie aussi les doctorants de l'équipe RENOIR. Les anciens : Marie, Sylvain et Philippe, merci pour l'accueil au CPPM et pour l'aide que vous avez pu m'apporter. Et ceux qui sont encore là pour un ou deux ans : Tyann, Vincenzo, Simone et mon co-bureau Damiano (il va falloir accepter le gruyère sur les pâtes). Merci à mon ex-co-bureau Abdel pour les tranches de rire pendant les embouteillages sur les trajets Luminy-Timone ! Merci à Corentin pour les rigolades et avoir lancé l'idée des gâteaux au Show Plot (je pense que tout le monde t'est reconnaissant pour ça.) et encore big-GG pour l'un des post-doc les plus courts ! Merci à Pauline pour les apéros/BBQ sur ton toit !

Un énorme merci à mes amis. En particulier merci Léo pour ton soutien sur ces trois années, pour ton enthousiasme inarrêtable (on parle géo diff quand tu veux !!!) et pour toutes les discussions qu'on a pu avoir ! Merci à mon bro Paul d'être là depuis tant d'années et de m'avoir fait vivre les aventures les plus mémorables ! Merci Rob1 pour les parties presque infinies de Gaea Project. Merci aussi à tous les autres : Adrien, Kelian, Axel, Pierre, Clara, Lisa, Chloé (merci pour l'organisation du mariage) et à tous ceux que j'ai pu oublier !

Je remercie aussi toute ma famille. Merci à mes parents et à ma sœur, de m'avoir soutenu tout au long de mes études et d'avoir toujours été là pour moi. Je vous aime.

Enfin, je remercie infiniment celle qui partage ma vie depuis un petit bout de temps maintenant, Mai. Merci d'être là, merci de ton soutien constant et de m'avoir supporté pendant ces trois années. Je n'en serai pas là sans toi. Et merci de me suivre dans cette prochaine aventure transatlantique dans laquelle nous serons trois !

Table des matières

Affidavit 2

Liste de publications et participation aux conférences 3

Résumé 4

Abstract 5

Remerciements 6

Table des matières 7

Introduction 10

1 Cosmologie 12
- 1.1 Développement de la cosmologie standard . . . 12
  - 1.1.1 La Relativité Générale d'Einstein . . . 13
  - 1.1.2 Résoudre l'équation d'Einstein pour l'Univers . . . 15
  - 1.1.3 *Redshift* et mesure de distances . . . 22
- 1.2 Le modèle de concordance ΛCDM . . . 27
  - 1.2.1 Big-bang et nucléosynthèse primordiale . . . 27
  - 1.2.2 Fond Diffus Cosmologique . . . 28
  - 1.2.3 Âge sombre et réionisation . . . 29
  - 1.2.4 Matière noire . . . 30
  - 1.2.5 Energie noire . . . 32
- 1.3 Limites et évolutions possibles du modèle standard . . . 33
  - 1.3.1 Tensions au sein du modèle ΛCDM . . . 33
  - 1.3.2 Alternatives au modèle ΛCDM . . . 36

2 Champ de vitesses dans l'univers inhomogène 39
- 2.1 Théorie des perturbations linéaires . . . 39
  - 2.1.1 Contraste de densité et champ aléatoire gaussien . . . 39
  - 2.1.2 Équations d'Einstein perturbées . . . 42
  - 2.1.3 Facteur de croissance des structures . . . 45
  - 2.1.4 Vitesses et taux de croissance des structures . . . 48
- 2.2 Conséquences observationnelles . . . 51
  - 2.2.1 Effet Doppler et aberration relativiste . . . 51
  - 2.2.2 Distorsion de l'espace des redshifts . . . 56

3 Supernovae de type Ia : chandelles standards et traceurs directs du champ de vitesses 63
3.1 Les supernovae . . . 63
3.1.1 Différents types de supernovae . . . 63
3.1.2 Les supernovae de type Ia . . . 64
3.1.3 Chandelles *standard* . . . 64
3.2 Construction du diagramme de Hubble des SNe Ia . . . 65
3.2.1 Photométrie . . . 65
3.2.2 Système de magnitude . . . 67
3.2.3 Le module de distance . . . 68
3.2.4 Diagramme de Hubble simple . . . 69
3.3 Des données aux contraintes cosmologiques . . . 70
3.3.1 Standardisation . . . 70
3.3.2 Le modèle SALT2 . . . 72
3.3.3 Contraintes cosmologiques . . . 75
3.4 Estimation des vitesses à l'aide du diagramme de Hubble des SNe Ia . . . 77
3.4.1 Relation entre les vitesses et les résidus du diagramme de Hubble 79
3.4.2 Les vitesses comme systématique du diagramme de Hubble . . . 82
3.4.3 Estimer les vitesses pour la cosmologie . . . 83

4 Observation de SNe Ia avec le relevé ZTF 88
4.1 Relevés de SNe Ia précédents . . . 88
4.2 Le relevé ZTF . . . 90
4.2.1 Le système photométrique de ZTF . . . 90
4.2.2 La cadence de ZTF . . . 93
4.2.3 Le suivi spectroscopique . . . 94
4.3 Cosmologie et synergies avec les autres relevés . . . 95
4.3.1 *Redshifts* et taux de croissance des structures : ZTF-DESI . . . 96
4.3.2 La constante de Hubble : ZTF et HST/JWST . . . 97
4.3.3 La contrainte des paramètres d'énergie noire : ZTF et DES . . . 97

5 Simulation et étude du biais de sélection 99
5.1 Simulation d'un relevé de SNe Ia . . . 99
5.1.1 Cosmologie fiducielle . . . 100
5.1.2 Modèle de spectre et paramètres globaux des SNe Ia . . . 100
5.1.3 Données d'observation . . . 101
5.2 Utilisation d'un catalogue *N-body* . . . 103
5.2.1 Les simulations *N-body* . . . 103
5.2.2 La simulation OuterRim . . . 104
5.2.3 Du *N*-body au catalogue d'hôtes de SNe Ia . . . 104
5.3 Étapes de la simulation d'un relevé de SNe Ia avec `SNSim` . . . 105
5.3.1 Nombre de SNe Ia simulées . . . 105
5.3.2 Attribution des positions et vitesses à l'aide du catalogue *N*-body 106
5.3.3 Génération des paramètres de *stretch* x_1 et de couleur c . . . 107

5.3.4 Calcul de la magnitude m_B et du paramètre x_0 108
5.3.5 Flux "vrai" 109
5.3.6 Flux réaliste 109
5.4 Ajout de fonction de sélection 112
5.4.1 Limite de détection 113
5.4.2 La sélection d'identification spectroscopique 113
5.4.3 Jeux de données simulés 115
5.5 Comparaison de la simulation à la DR2 de ZTF 115
5.5.1 Distribution des *redshifts* 115
5.5.2 Distribution des paramètres de SALT2 116
5.5.3 Flux, bruit et SNR 118
5.6 Étude de la simulation pour l'estimation des vitesses 119
5.6.1 Le biais de sélection 119
5.6.2 Ajustement des courbes de lumière 123
5.6.3 Résidus du diagramme de Hubble et estimation des vitesses . . 125

6 La mesure du taux de croissance des structures 128
6.1 Les méthodes de mesure directe de $f\sigma_8$ 128
6.1.1 Mesurer des distances avec les galaxies 128
6.1.2 Différentes méthodes pour mesurer $f\sigma_8$ 130
6.2 Description de la méthode du maximum de vraisemblance 131
6.2.1 Fonction de vraisemblance 131
6.2.2 Vecteur de données 132
6.2.3 Modélisation de la covariance des vitesses 132
6.2.4 Covariance pour des vitesses binnées 136
6.2.5 Intégration du spectre de puissance, précision numérique . . . 138
6.2.6 Tests sur des catalogues simples 141
6.3 Résultats principaux 144
6.3.1 Prédictions des contraintes sur $f\sigma_8$ pour six ans de ZTF 144
6.3.2 Variations du prior sur σ_u 148
6.3.3 Utilisation de différents modèles de spectre de puissance 150
6.3.4 Utilisation des SNe Ia au-delà de $z > 0.06$ 151
6.3.5 Prédictions pour la mesure de $f\sigma_8$ avec la simulation de ZTF DR2 156
6.3.6 Comparaison avec les mesures existantes et futures 160

Conclusion 162

Bibliographie 164

Introduction

Le modèle standard de la cosmologie suppose que la gravité est décrite à toutes les échelles par la relativité générale (RG) et que son contenu est dominé par deux composantes exotiques, la matière noire froide et une composante d'énergie noire décrite par une constante cosmologique Λ. La nature exacte et l'interprétation physique de cette constante restent inconnues. Pour l'expliquer certains modèles proposent de la remplacer par un nouveau champ. D'autres modèles modifient les lois de la relativité générale pour expliquer les observations sans avoir recours à l'énergie noire. Bien que ces différents modèles soient semblables dans leur description de l'expansion de l'Univers, on peut les différencier par l'observation des structures de matière aux grandes échelles. Le taux de croissance des structures $f\sigma_8$ est un paramètre lié à l'évolution des structures aux grandes échelles. Les mesures les plus communes de ce paramètre sont réalisées par l'observation des distorsions de l'espace des *redshifts* (RSD). Ces distorsions sont dues au fait que la vitesse d'une galaxie modifie le *redshift* observé, ce qui a pour conséquence de distordre le champ de densité estimé. La fonction de corrélation à deux points, normalement isotrope, se retrouve compressée sur la ligne de visée. La mesure de l'anisotropie de cette fonction de corrélation permet la mesure de $f\sigma_8$.

Une autre possibilité pour mesurer $f\sigma_8$ est de pouvoir directement estimer les vitesses. L'estimation des vitesses requiert la mesure du *redshift* d'une galaxie mais aussi de sa distance. Jusqu'à présent les indicateurs de distances utilisés dans une telle mesure étaient les galaxies, par l'utilisation des relations de Tully-Fisher et du Plan Fondamental. Ces indicateurs sont bien moins précis que les supernovae de type Ia. Cependant la statistique des SNe Ia ainsi que leur répartition dans le ciel ne les rendait pas compétitives pour cette mesure. Les nouveaux relevés de SNe Ia changent maintenant la donne avec les relevés ZTF et Rubin-LSST qui vont permettre de mesurer des dizaines de milliers de SNe Ia dans l'Univers proche.

Dans cette thèse on s'intéresse à l'utilisation des SNe Ia pour une mesure du taux d'évolution des structures $f\sigma_8$. Ces chandelles standards font l'objet d'un regain d'intérêt particulier en cosmologie. En effet, les relevés actuels (ZTF), prochains (Rubin) et futurs (Roman) révolutionnent la statistique des SNe Ia et ouvrent ainsi la porte à l'analyse des structures aux grandes échelles. Ce travail de thèse se concentre sur les observations de SNe Ia du relevé ZTF. Pour préparer l'analyse de ces données, nous avons produit des simulations réalistes des courbes de lumière des SNe Ia de ZTF, incluant les effets de sélection et le bruit instrumental et nous avons effectué l'analyse nécessaire pour dériver $f\sigma_8$, en se basant sur la méthode du maximum de vraisemblance (JOHNSON et al. 2014 ; HOWLETT et al. 2017a).

Le Chapitre 1 commence par un rappel des bases théoriques et du modèle standard de la cosmologie. Il présente aussi une rapide revue des tensions que présente encore ce modèle et des solutions possibles qui motivent la recherche et l'analyse proposées dans ce travail de thèse. Le Chapitre 2 introduit la physique des structures aux grandes échelles. En particulier, on s'intéresse au champ de vitesse, aux paramètres cosmologiques qui y sont liés et à ses effets sur nos observations. Le Chapitre 3 discute de l'observation des supernovae de type Ia et de leur utilisation comme chandelles standards et traceurs du champ de vitesse dans le cadre d'analyses cosmologiques. Le Chapitre 4 présente le relevé photométrique ZTF dans lequel ce travail de thèse a pris place. Le Chapitre 5 expose le travail sur la simulation des observations de ZTF. On y décrit aussi l'analyse du diagramme de Hubble des données simulées et l'estimation des vitesses particulières à partir de celui-ci. Enfin, le Chapitre 6 présente la méthode utilisée pour estimer $f\sigma_8$, les principaux résultats obtenus ainsi que quelques variations de l'analyse.

1 Cosmologie

Étymologiquement, la cosmologie désigne la science qui cherche à comprendre le cosmos. De fait, elle vise à étudier, par les observations, l'origine, la dynamique et le futur de notre Univers. Pendant longtemps l'Homme n'a pu compter que sur ses yeux pour observer le ciel et l'interprétation de ce qu'il y voyait était empreinte de sa culture. On parle de cosmogonies pour désigner les mythes qui décrivent la création de l'Univers. On sait que l'astrométrie était déjà pratiquée il y a 3000 ans, en Mésopotamie, par les Babyloniens, pour les raisons religieuses évoquées ci-dessus, mais aussi pour la navigation. Au cours de la Grèce antique, le système héliocentrique est déjà connu et l'astronome Aristarque de Samos fait des premières estimations des distances Terre-Lune et Terre-Soleil. Les techniques et instruments d'astrométries continuent de se développer au Moyen-Orient et en Asie au cours du Moyen Âge européen. A la renaissance, l'étude des sciences et notamment de la mécanique céleste va se développer. Au début du XVI^{e} siècle Copernic propose son modèle héliocentrique. D'abord rejeté par l'église, ce modèle s'imposera au cours du XVII^{e} siècle, grâce aux progrès techniques dans le domaine de l'observation, avec par exemple la lunette de Galilée, mais aussi grâce aux avancées dans la description de la mécanique des astres, avec les lois de Kepler, puis les lois de gravitation de Newton. C'est au cours du XX^{e} siècle, avec la théorie de la relativité restreinte puis générale que la cosmologie se développera et s'imposera comme le champ de recherche moderne que l'on connaît aujourd'hui.

Dans ce chapitre, on se propose de résumer les principaux aspects de la cosmologie. Dans la Sec. 1.1, on présente la théorie et les équations qui permettent la description de notre Univers. Dans la Sec. 1.2, on décrit le statut actuel du modèle standard de la cosmologie. Enfin, dans la Sec. 1.3 on expose certaines des limites de ce modèle ainsi que ses possibles extensions.

1.1 Développement de la cosmologie standard

Au début du XX$^{\text{ième}}$ siècle, la physique a connu plusieurs révolutions conceptuelles. Ce changement de paradigme se manifeste par les développements de la relativité restreinte, qui remet en question le concept de temps comme quantité absolue, et de la mécanique quantique, qui introduit un caractère non déterministe pour la physique à l'échelle des particules. Par la suite, la relativité générale propose une nouvelle théorie de la gravité qui repose sur une description dynamique de l'espace-temps. La construction de ces théories résulte d'un dialogue entre les développements théoriques et les observations expérimentales. Ces dernières sont de plus en plus

précises grâce aux progrès technologiques. Ces échanges entre théorie et observations ont permis des avancées dans la compréhension des phénomènes physiques aux petites et grandes échelles et posent les fondations des deux grands modèles de la physique moderne que sont les modèles standards de la physique des particules et de la cosmologie. C'est à ce dernier que l'on va s'intéresser ici. Dans cette section on présente le modèle standard de la cosmologie, de sa base qu'est la relativité générale, à ses limites actuelles. Cette section est basée en grande partie sur les lectures de PEEBLES 1993 et DODELSON et SCHMIDT 2020.

1.1.1 La Relativité Générale d'Einstein

Relativité restreinte

A la fin du XIX^{e} siècle, l'observation que la lumière a une vitesse indépendante du référentiel, rend incompatible les théories de l'électromagnétisme et de la mécanique newtonienne. En 1905, Einstein va réconcilier les deux théories en appliquant le principe de relativité qui stipule que "Les lois de la physique sont les mêmes dans tous les référentiels inertiels" (EINSTEIN 1905). L'application de ce principe aux lois de l'électromagnétisme mène à des changements conceptuels forts : la vitesse de la lumière est la même dans tous les référentiels inertiels et, par conséquent, la mesure du temps n'est pas invariante entre ces référentiels. Les transformations de Galilée, entre deux référentiels inertiels, des coordonnées d'espaces (x, y, z) sont alors remplacées par les transformations de Lorentz des coordonnées d'espace-temps (t, x, y, z). La relativité restreinte a une place particulière dans la physique moderne par le fait que l'on considère que toute théorie valide doit être compatible avec cette dernière. C'est en particulier le cas pour la théorie de la relativité générale, que Einstein va développer par la suite, et sur laquelle repose le modèle actuel de la cosmologie.

Le principe d'équivalence

Le principe d'équivalence d'Einstein est une extension du principe d'équivalence faible. Ce dernier propose que la masse inertielle des objets est identique à leur masse gravitationnelle. Il a pour conséquence le résultat déjà connu de Galilée et présent dans la description newtonienne de la gravité, que, la vitesse de chute des objets est indépendante de leur masse. Einstein va l'étendre en proposant que, le principe d'équivalence faible est valide, et que, localement, un observateur isolé ne peut pas différencier s'il est soumis à un champ gravitationnel ou à une accélération constante. Cette observation est le premier pas vers le concept d'une gravité comme une conséquence géométrique de la forme de l'espace-temps et non plus comme une force.

L'équation d'Einstein

L'idée de donner une forme à l'espace-temps est formalisée en termes mathématiques à l'aide de la géométrie différentielle : l'espace-temps est une variété dite Rie-

mannienne et peut-être localement courbée. Pour l'étudier, on dote l'espace-temps d'une métrique $g_{\mu\nu}$ qui va permette de définir la notion de distance dans l'espace-temps. La courbure de l'espace-temps est caractérisée par le tenseur de Riemann

$$R^{\kappa}{}_{\lambda\mu\nu} = \partial_\mu \Gamma^{\kappa}{}_{\lambda\nu} - \partial_\nu \Gamma^{\kappa}{}_{\lambda\mu} + \Gamma^{\eta}{}_{\nu\lambda}\Gamma^{\kappa}{}_{\mu\eta} - \Gamma^{\eta}{}_{\mu\lambda}\Gamma^{\kappa}{}_{\nu\eta}. \tag{1.1}$$

où $\partial_\mu \equiv \frac{\partial}{\partial x^\mu}$ et les $\Gamma^{\eta}_{\mu\nu}$ sont les symboles de Christoffel définis par

$$\Gamma^{\eta}{}_{\mu\nu} = \frac{1}{2} g^{\eta\lambda}\left(g_{\mu\lambda} + g_{\nu\lambda} - \partial_\lambda g_{\mu\nu}\right). \tag{1.2}$$

Les symboles de Christoffel jouent un rôle important en relativité générale : ils permettent de définir la dérivée covariante des tenseurs sur l'espace-temps

$$\begin{aligned} \nabla_\eta T^{\mu_1\cdots\mu_p}_{\nu_1\cdots\nu_q} =& \partial_\eta T^{\mu_1\cdots\mu_p}_{\nu_1\cdots\nu_q} && (1.3)\\ &+ \Gamma^{\mu_1}{}_{\eta\lambda} T^{\lambda\cdots\mu_p}_{\nu_1\cdots\nu_q} + \cdots + \Gamma^{\mu_p}{}_{\eta\lambda} T^{\mu_1\cdots\lambda}_{\nu_1\cdots\nu_q} \\ &- \Gamma^{\lambda}{}_{\eta\nu_1} T^{\mu_1\cdots\mu_p}_{\lambda\cdots\nu_q} - \cdots - \Gamma^{\lambda}{}_{\eta\nu_q} T^{\mu_1\cdots\mu_p}_{\nu_1\cdots\lambda} && (1.4) \end{aligned}$$

A partir du tenseur de Riemann on construit le tenseur de Ricci

$$R_{\mu\nu} = R^{\kappa}{}_{\mu\kappa\nu}, \tag{1.5}$$

et enfin la courbure scalaire

$$\mathcal{R} = R^{\mu}{}_{\mu} \tag{1.6}$$

Les objets mathématiques que l'on vient de définir sont au cœur de l'équation d'Einstein. Cette équation, publiée en 1916 (EINSTEIN 1916), relie la courbure de l'espace-temps à son contenu décrit par le tenseur énergie-impulsion $T_{\mu\nu}$. Elle s'écrit

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\mathcal{R} g_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu}, \tag{1.7}$$

où on utilise le système d'unité naturelle $c = \hbar = 1$, G est la constante gravitationnelle et Λ est la constante cosmologique. Cette constante est un ajout permis dans la théorie, nous verrons qu'elle joue aujourd'hui un rôle central pour la compréhension de l'accélération de l'expansion de l'Univers. On peut aussi remarquer que le terme $8\pi G$ permet de retrouver les équations de Newton dans la limite d'un champ gravitationnel faible. On regroupe généralement une partie du terme de gauche en un tenseur appelé tenseur d'Einstein

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\mathcal{R} g_{\mu\nu}. \tag{1.8}$$

L'équation d'Einstein est construite de façon à respecter la conservation locale du tenseur énergie-impulsion imposée par le théorème de Noether

$$\nabla_\mu G^{\mu}{}_{\nu} = \Lambda \nabla_\mu g^{\mu}{}_{\nu} = \nabla_\mu T^{\mu}{}_{\nu} = 0. \tag{1.9}$$

La paternité de l'équation d'Einstein a été sujet à débat. En effet Hilbert propose dans le même temps, une action dont le principe variationnel par rapport à une variation de la métrique $\delta g_{\mu\nu}$ mène à la même équation (Eq. 1.7) (HILBERT 1915). Cette action dite "Einstein-Hilbert" s'écrit

$$S_{\rm EH} = \int d^4x\sqrt{-g}\left[\frac{1}{16\pi G}(\mathcal{R}-2\Lambda)+\mathcal{L}_m\right], \tag{1.10}$$

où g est le déterminant de la métrique et $\mathcal{L}_m$ le lagrangien des champs que l'on considère dans la théorie (matière, radiation,...).

1.1.2 Résoudre l'équation d'Einstein pour l'Univers

Principe cosmologique

L'équation d'Einstein n'est pas simple à résoudre dans le cas général. Pour restreindre les solutions possibles, Einstein propose ce qu'on appelle le principe cosmologique, qui repose sur l'hypothèse qu'il n'existe pas d'observateur privilégié dans l'Univers. Ce principe peut s'énoncer comme suit : "A des échelles suffisamment larges, l'Univers apparaît homogène et isotrope". Bien que, lors de son énonciation, ce principe ne puisse pas être vérifié par manque de moyens techniques, il est rapidement accepté. L'un des arguments modernes en faveur de ce principe est l'observation par *Planck* des anisotropies du CMB de l'ordre de 10^{-5} K.

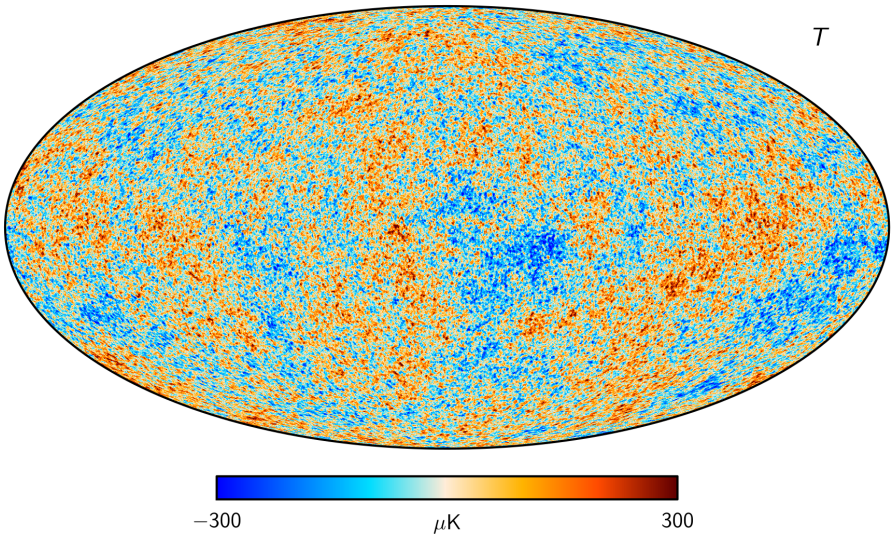


FIGURE 1.1 – Carte des anisotropies en température du CMB produite lors de l'analyse *Planck 2018*. La faible amplitude des anisotropies, de l'ordre du μK, est un argument en faveur du principe cosmologique. Crédits : esa.int

Une métrique pour décrire l'Univers

L'expression générale pour la métrique d'un univers euclidien est donnée par

$$ds^2 = -dt^2 + a_{ij}(t,\mathbf{x})dx^i dx^j \tag{1.11}$$

Un choix de coordonnées orthogonales mène à $a_{ij} = 0$ pour $i \neq j$. On va ensuite appliquer le principe cosmologique. L'homogénéité implique que les termes $a_{ii}(t,\mathbf{x})$ doivent être indépendants de la position : $a_{ii}(t,\mathbf{x}) = a_{ii}(t)$. L'isotropie impose que la métrique soit la même dans toutes les directions $\forall i\ a_{ii}(t) = a(t)$. La métrique s'écrit alors

$$ds^2 = -dt + a^2(t)\left(dx^2 + dy^2 + dz^2\right), \tag{1.12}$$

où on choisit $a(t)$ comme un paramètre adimensionné tel que $a(t_0) = 1$ pour un temps t_0 choisi. Le paramètre $a(t)$ est appelé facteur d'échelle, sa variation temporelle décrit l'expansion de l'Univers. Cette métrique, valable dans le cas euclidien, peut être généralisée à trois géométries d'univers en introduisant la courbure gaussienne de l'Univers k tel que

$$k = \frac{1}{R_0^2}, \tag{1.13}$$

où R_0 est le rayon de courbure et a la dimension d'une distance. Le signe de k détermine alors la géométrie de l'Univers

$$\begin{cases} k > 0 & \text{Univers fermé} \\ k = 0 & \text{Univers plat} \\ k < 0 & \text{Univers ouvert} \end{cases} \tag{1.14}$$

La métrique dit de Friedmann-Lemaitre-Robertson-Walker (FLRW) s'écrit alors

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)\left\{\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2\left(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2\right)\right\}. \tag{1.15}$$

La forme de la métrique FLRW dans l'Eq. 1.15 est pathologique pour la coordonnée r en $r = R_0$ dans le cas d'un Univers fermé $k > 0$. Ce problème est évité si l'on procède au changement de coordonnée $r \to \chi$ avec $r = S_k(\chi)$, où la fonction $S_k(\chi)$ est définie par

$$S_k(\chi) = \begin{cases} R_0 \sin\left(\frac{\chi}{R_0}\right) & \text{k>0} \\ \chi & \text{k=0.} \\ R_0 \sinh\left(\frac{\chi}{R_0}\right) & \text{k<0} \end{cases} \tag{1.16}$$

La métrique prend la forme

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)\left\{d\chi^2 + S_k^2(\chi)\left(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2\right)\right\}. \tag{1.17}$$

Le contenu de l'Univers : tenseur énergie-impulsion

La section précédente présente la métrique FLRW qui décrit la forme de l'espace-temps de l'Univers. On a donc décrit la partie droite de l'équation d'Einstein (Eq. 1.7). Il faut maintenant décrire la partie gauche de l'équation : le contenu de l'univers. Ce contenu est représenté, dans la théorie de la relativité générale par le tenseur énergie-impulsion $T^{\mu}_{\ \nu}$.

Le principe cosmologique impose, comme pour la métrique FLRW, la forme du tenseur énergie-impulsion

$$T^{\mu}_{\ \nu} = \begin{pmatrix} -\rho(t) & & & \\ & P(t) & & \\ & & P(t) & \\ & & & P(t) \end{pmatrix}, \tag{1.18}$$

où ρ est une densité d'énergie et P une pression. Le tenseur énergie-impulsion de l'Eq. 1.18 correspond à celui d'un fluide parfait au repos c'est-à-dire de quadri-vecteur vitesse $u^{\mu} = (-1,0,0,0)$. On écrit parfois

$$T^{\mu\nu} = \left(\rho + P\right) u^{\mu} u^{\nu} + p g^{\mu\nu}. \tag{1.19}$$

Si on applique la dérivé covariante définie par l'Eq. 1.4 sur le tenseur énergie-impulsion de l'Eq. 1.18 pour obtenir l'équation de conservation locale (Eq. 1.9), on obtient que la seule composante non identiquement nulle est

$$\nabla_{\mu} T^{\mu}_{\ 0} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + 3\frac{\dot{a}}{a}\left(\rho + P\right) = 0. \tag{1.20}$$

On appelle équation d'état la relation

$$P = w\rho, \tag{1.21}$$

où w est appelé paramètre de l'équation d'état. L'Eq. 1.20 peut se réécrire

$$\dot{\rho} = -3\rho\,(1+w)\,\frac{\dot{a}}{a}. \tag{1.22}$$

On peut résoudre cette dernière équation sous la forme

$$\frac{d\rho}{\rho} = -3(1+w)\frac{da}{a}. \tag{1.23}$$

La solution générale d'une telle équation est

$$\rho(a) = \rho_0 \exp\left[-3\int_{a_0}^{a}(1+w)\frac{da'}{a'}\right] \tag{1.24}$$

$$\overset{w=\text{cst}}{=} \rho_0\left(\frac{a}{a_0}\right)^{-3(1+w)}, \tag{1.25}$$

où ρ_0 et a_0 sont respectivement la densité d'énergie et le facteur d'échelle à t_0.

Les équations que l'on vient de dériver sont valables de manière générale. Il faut maintenant déterminer le paramètre d'état des espèces contenues dans l'univers. Du point de vue de la physique statistique, la fonction de partition $f_i(\mathbf{x},\mathbf{p},t)$ d'une espèce, dénombre les particules dans chaque élément infinitésimal $d^3\mathbf{p}$ de l'espace des phases $(\mathbf{x},\mathbf{p})$. La connaissance de $f_i(\mathbf{x},\mathbf{p},t)$ permet donc d'obtenir la densité d'énergie par l'intégrale

$$\rho_i(\mathbf{x},t) = g_i\int\frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3}f_i(\mathbf{x},\mathbf{p},t)E_i(\mathbf{p}), \tag{1.26}$$

où g_i est la dégénérescence de l'espèce et E_i l'énergie. De même, la pression est donnée par

$$P_i(\mathbf{x},t) = g_i\int\frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3}f_i(\mathbf{x},\mathbf{p},t)\frac{p^2}{3E_i(\mathbf{p})}. \tag{1.27}$$

En général, pour connaître l'évolution de la fonction f, on doit résoudre l'équation de Boltzmann

$$\frac{df}{dt} = C[f], \tag{1.28}$$

où $\frac{d}{dt} = \partial_t + \dot{x}.\nabla_{\mathbf{x}} + \dot{p}.\nabla_{\mathbf{p}}$ et $C[f]$ est le terme de collision qui correspond aux interactions. Cette approche est celle utilisée par les codes de résolutions des équations Boltzmann tels que `CAMB` [1] et `CLASS` [2]. Elle est utile pour l'étude de la formation des structures où l'on doit considérer les inhomogénéités de la distribution des différentes espèces de l'Univers. Dans le cadre de l'évolution générale de l'Univers, les hypothèses d'isotropie et d'homogénéité vont avoir pour conséquence de retirer la dépendance spatiale de la fonction de partition, on a $f_i(\mathbf{x},\mathbf{p},t) \equiv f_i(p,t)$ et donc $\rho_i(\mathbf{x},\mathbf{p},t) \equiv \rho_i(p,t)$ et $P_i(\mathbf{x},\mathbf{p},t) \equiv P_i(p,t)$. De plus, si l'espèce étudiée est considérée en équilibre à la température T, sa fonction de partition est soit la statistique de Bose-Einstein (pour les bosons) soit la statistique de Fermi-Dirac (pour les fermions). On a alors la solution pour f

$$f_{\text{FD/BE}}(E) = \frac{1}{\exp\left[(E-\mu)/T\right]\pm 1}, \tag{1.29}$$

où on a $+1$ pour Fermi-Dirac, -1 pour Bose-Einstein, E est l'énergie $E = \sqrt{p^2+m^2}$ et μ est le potentiel chimique de l'espèce. On va appliquer ces équations aux deux

1. https://camb.info/
2. https://lesgourg.github.io/class_public/class.html

espèces que l'on considère en général, la matière non-relativiste et les photons.

Pour la matière non-relativiste, c'est à dire lorsque l'énergie de masse domine sur l'énergie thermique $m \gg T$ et que l'énergie peut être approximée par $E \simeq m\left(1+\frac{p^2}{2m^2}\right)$, la fonction de partition de l'Eq. 1.29 devient alors la même pour les fermions et les bosons

$$f_{nr}(T) \simeq e^{-(m-\mu)/T} e^{-p^2/2mT}, \tag{1.30}$$

Le calcul de la densité (Eq. 1.26) et de la pression (Eq. 1.27) nous donnent

$$\begin{aligned} \rho_{nr}(T) &\simeq g\frac{m^{5/2}}{2\pi^{3/2}} T^{3/2} e^{(\mu-m)/T} \\ P_{nr}(T) &\simeq g\frac{m^{3/2}}{2\sqrt{2}\pi^{3/2}} T^{5/2} e^{(\mu-m)/T} \end{aligned}. \tag{1.31}$$

et l'équation d'état est

$$w_{nr} = \frac{P_{nr}}{\rho_{nr}} \simeq \frac{T}{\sqrt{2}m} \overset{m\gg T}{\to} 0 \tag{1.32}$$

On considère donc que la matière non-relativiste a un paramètre d'état w nul. Ce qui, d'après l'Eq. 1.25, mène à une solution pour l'évolution de la densité d'énergie

$$\rho_{nr} = \rho_{nr,0} a^{-3}. \tag{1.33}$$

Cette solution est celle considérée pour la matière connue, dite matière baryonique.

Pour les espèces relativistes, telles que les photons ou les neutrinos, on a $T \gg m, \mu$ (pour les photons $\mu = 0$), les calculs de la densité et de la pression mènent à

$$\begin{aligned} \rho_r(T) &= g_i \frac{\zeta(3)\pi^2}{30} T^4 \begin{cases} 1 & \text{Bosons} \\ \frac{3}{4} & \text{Fermions} \end{cases} \\ P_r(T) &= \frac{1}{3}\rho_r(T) \end{aligned}. \tag{1.34}$$

On en déduit immédiatement que l'équation d'état pour les espèces relativistes est

$$w_r = \frac{1}{3}. \tag{1.35}$$

En utilisant ce résultat dans l'Eq. 1.25, on obtient l'équation d'évolution de la densité pour les espèces relativistes

$$\rho_r = \rho_{r,0} a^{-4}. \tag{1.36}$$

Pour obtenir le tenseur énergie-impulsion général de l'Univers, on néglige toutes les interactions entre les espèces présentes. On peut alors exprimer le tenseur-énergie de notre Univers comme la somme des tenseurs énergie-impulsion de tous les consti-

tuants i de notre Univers

$$T^{\mu}{}_{\nu} = \sum_i [T_i]^{\mu}{}_{\nu}. \tag{1.37}$$

Les équations de Friedmann

En rassemblant la métrique de l'Eq. 1.17 dans la partie gauche de l'équation d'Einstein (Eq. 1.7) et l'expression du tenseur-énergie impulsion de l'Eq. 1.37 dans la partie droite, on obtient les deux équations de Friedmann

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\sum_i \rho_i + \frac{\Lambda}{3} - \frac{k}{a^2} \tag{1.38}$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}\sum_i \rho_i(1+3w_i) + \frac{\Lambda}{3}. \tag{1.39}$$

On peut faire la remarque qu'en rassemblant les Eqs. 1.38 et 1.39 on obtient à nouveau l'Eq. 1.22. Une autre observation qui concerne la constante cosmologique Λ est que dans la seconde équation de Fridman (Eq. 1.39) celle-ci est le seul terme de la partie droite qui peut être positif, et donc, contrebalancer la décélération de l'expansion de l'Univers ($\ddot{a} < 0$) causée par la gravité. Einstein l'a introduite pour utiliser cette propriété et rendre son modèle d'Univers statique.

Paramètres cosmologiques

Le paramètre de Hubble est la quantité à gauche de l'Eq. 1.38

$$H = \frac{\dot{a}}{a}, \tag{1.40}$$

et on note H_0 la constante de Hubble, l'évaluation de H à notre époque $t = t_0$. Le paramètre H a la dimension de l'inverse d'un temps mais est souvent exprimé comme une "vitesse d'expansion" en km.s^{-1}.Mpc^{-1}. On peut reformuler le terme de la constante cosmologique dans la première équation (Eq. 1.38) pour l'exprimer sous forme d'une densité d'énergie

$$\rho_\Lambda = \frac{\Lambda}{8\pi G}. \tag{1.41}$$

Pour appliquer cette formulation à la seconde équation on résoud

$$\frac{\Lambda}{3} = -\frac{4\pi G}{3}\rho_\Lambda(1+3w_\Lambda) \tag{1.42}$$

On trouve alors la valeur du paramètre d'état de la constante cosmologique

$$w_\Lambda = -1. \tag{1.43}$$

Ce paramètre d'état correspond à celui d'un fluide parfait à pression négative.

On peut faire la même opération avec le terme de courbure en posant

$$\rho_k = -\frac{3}{8\pi G}\frac{k}{a^2}. \tag{1.44}$$

Les équations de Friedmann peuvent alors être exprimées comme

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\left(\rho_\Lambda + \rho_k + \sum_i \rho_i\right) \tag{1.45}$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}\left(\rho_\Lambda(1+3w_\Lambda) + \sum_i \rho_i(1+3w_i)\right). \tag{1.46}$$

On appelle densité critique ρ_{crit} la densité pour laquelle l'Univers est euclidien, c'est à dire la densité totale $\rho = \rho_\Lambda + \sum_i \rho_i$ telle que $k = \rho_k = 0$

$$\rho_{\text{crit}}(a) = \frac{3H^2(a)}{8\pi G} \tag{1.47}$$

On peut normaliser les densités par la densité critique à t_0, pour obtenir les paramètres de densité adimensionnés

$$\Omega_i(a) = \frac{\rho_i(a)}{\rho_{\text{crit},0}}. \tag{1.48}$$

On écrit alors la première équation de Friedmann

$$H^2(a) = H_0^2\left(\Omega_\Lambda + \Omega_k(a) + \sum_i \Omega_i(a)\right) \tag{1.49}$$

On peut donner cette expression lorsque l'on considère la densité de matière (non-relativiste) Ω_m et celle de la radiation (photons + neutrinos) Ω_r. En rendant explicite la dépendance en a on obtient

$$H^2(a) = H_0^2\left(\Omega_{r,0}a^{-4} + \Omega_{m,0}a^{-3} + \Omega_{\Lambda,0} + \Omega_{k,0}a^{-2}\right), \tag{1.50}$$

où les $\Omega_{i,0}$ sont les paramètres de densité à t_0 et forme, par construction, la relation de fermeture

$$\sum_{i\neq k} \Omega_{i,0} = 1 - \Omega_{k,0}. \tag{1.51}$$

Il existe une autre convention dans laquelle on adimensionne par la densité critique à tout temps $\rho_{\text{crit}}(a)$ à la place de $\rho_{\text{crit},0}$ fixée à t_0 dans l'Eq. 1.48. La relation de fermeture est alors valable à tout temps t. Dans la convention utilisée ici on a

$$\sum_{i\neq k} \Omega_i(a)E^{-2}(a) = 1 - \Omega_k(a)E^{-2}(a), \tag{1.52}$$

où $E(a)$ est la fonction adimensionnée telle que $H(a) = H_0E(a)$. La Fig. 1.2, représente l'évolution des paramètres de densité tels que mesurés par PLANCK COLLABORATION

et al. 2020. On peut voir que l'Univers sort de la période dominée par la matière et rentre dans celle dominée par l'énergie noire. Sur la Fig. 1.2 on a rajouté la densité d'énergie des neutrinos Ω_ν. Les neutrinos se comportent d'abord, dans l'Univers jeune, comme des particules relativistes. Ils vont ensuite refroidir au fur et à mesure de l'expansion de l'Univers et passer dans un régime non relativiste, leur énergie est alors dominée par leur énergie de masse.

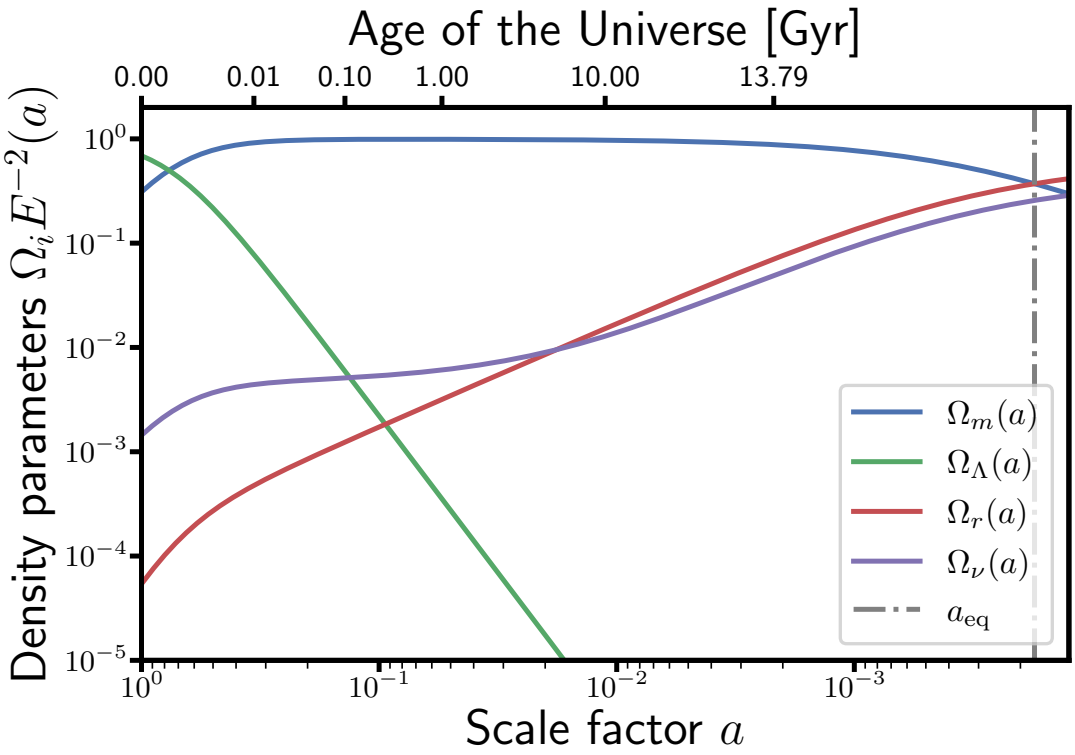


FIGURE 1.2 – Évolution des paramètres de densité avec les valeurs mesurées par PLANCK COLLABORATION et al. 2020. Le paramètre de densité de matière (noire et baryonique) Ω_m est représenté en bleu, le paramètre de densité d'énergie noire Ω_Λ est représenté en vert, le paramètre de densité d'énergie de radiation Ω_r est représenté en rouge et le paramètre de densité d'énergie des neutrinos est représenté en violet. Le paramètre de courbure Ω_k est nul.

1.1.3 *Redshift* et mesure de distances

Loi de Hubble-Lemaître

En 1929, Edwin Hubble observe que le spectre des galaxies proches est décalé en fonction de leurs distances. Ce décalage est alors interprété comme la conséquence d'un effet Doppler lié à une vitesse radiale de récession. A l'aide d'une mesure de distance basée sur les céphéides et le diamètre angulaire des galaxies (Fig. 1.3), il

établit la loi (HUBBLE 1929)

$$v = cz = H_0 D, \tag{1.53}$$

où v est la vitesse de récession des galaxies, D leur distance et z le *redshift* (décalage vers le rouge) qui quantifie le rapport entre la longueur d'onde observée λ_o et émise λ_s

$$1 + z = \frac{\lambda_o}{\lambda_s}. \tag{1.54}$$

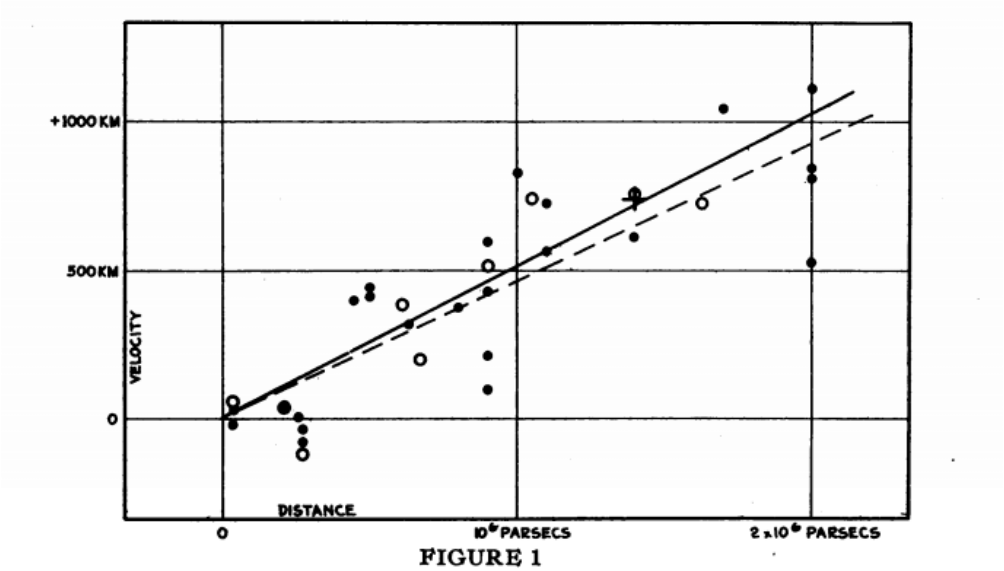


FIGURE 1.3 – Relation entre la vitesse de récession des galaxies et leurs distances HUBBLE 1929

Ce résultat avait déjà été prédit comme un résultat de la relativité générale appliquée à des modèles d'Univers par Lemaitre en 1927 (LEMAÎTRE 1927). En effet, cette observation est due à l'expansion de l'Univers et peut être reliée au facteur d'échelle a.

Les trajectoires des photons à travers l'espace-temps sont décrites par les géodésiques nulles $ds^2 = 0$ de la métrique FRLW de l'Eq. 1.17. On a donc, sur la ligne de visée ($d\theta = d\phi = 0$), la relation

$$d\chi = \pm \frac{dt}{a(t)}. \tag{1.55}$$

On considère maintenant une source qui émet un signal lumineux de longueur d'onde λ_s, la période du signal dans le référentiel de la source est donc $\delta t_s = \frac{c}{\lambda_s}$. Un premier front d'onde est émis à t_s et reçu à t_0, on a

$$\int_\chi^0 d\chi' = -\int_{t_s}^{t_0} \frac{dt}{a(t)}. \tag{1.56}$$

Le second front d'onde est émis à $t_s + \delta t_s$ et reçu à $t_0 + \delta t_o$, on a une relation identique à la précédente

$$\int_{\chi}^{0} d\chi' = -\int_{t_s+\delta t_s}^{t_0+\delta t_o} \frac{dt}{a(t)}. \tag{1.57}$$

On a alors l'égalité

$$\int_{t_s}^{t_0} \frac{dt}{a(t)} = \int_{t_s+\delta t_s}^{t_0+\delta t_o} \frac{dt}{a(t)} \tag{1.58}$$

$$= \int_{t_s}^{t_0} \frac{dt}{a(t)} + \int_{t_0}^{t_0+\delta t_o} \frac{dt}{a(t)} - \int_{t_s}^{t_s+\delta t_s} \frac{dt}{a(t)}, \tag{1.59}$$

qui nous donne la relation

$$\int_{t_0}^{t_0+\delta t_o} \frac{dt}{a(t)} = \int_{t_s}^{t_s+\delta t_s} \frac{dt}{a(t)}. \tag{1.60}$$

On peut considérer que a est constant entre t_0 et $t_0 + \delta t_o$ et entre t_s et $t_s + \delta t_s$. On a finalement la relation entre les intervalles de temps δt_o et δt_s

$$\frac{\delta t_o}{\delta t_s} = \frac{a(t_0)}{a(t)}. \tag{1.61}$$

Puisque la longueur d'onde mesurée par l'observateur est $\lambda_o = c\delta t_o$, elle est donnée par

$$\frac{\lambda_o}{\lambda_s} = \frac{a(t_0)}{a(t_s)} = 1 + z. \tag{1.62}$$

On peut faire la remarque que l'Eq. 1.62 n'est valable que dans le cadre où les hypothèses de la métrique FLRW sont valides. C'est-à-dire que la source et l'observateur sont supposés sans vitesses par rapport au référentiel co-mobile et sont séparés par des échelles suffisamment grandes pour que l'Univers y soit considéré isotrope et homogène. On va voir par la suite que la relation montrée par Hubble est une approximation qui n'est valable qu'à des distances faibles. En cosmologie il est possible de définir plusieurs types de distances.

Distance co-mobile

La distance co-mobile χ correspond à la distance que l'on peut mesurer entre deux points si on fige l'expansion de l'Univers aujourd'hui c'est-à-dire qu'elle est corrigée pour cette expansion. On peut la définir en mesurant la variation de la coordonnée χ pour un photon émis par une source à un temps t_e et qui nous parvient aujourd'hui à t_0. Ce cas est identique à celui de l'Eq. 1.56. La définition de H de l'Eq. 1.40 donne la relation $da = aHdt$, on peut alors faire le changement de variable $t \rightarrow a$

$$\chi(a) = -\int_{a}^{1} \frac{da'}{a'^2 H(a)} = \int_{1}^{a} \frac{da'}{a'^2 H(a')}. \tag{1.63}$$

Cette distance peut aussi s'écrire en terme de redshift z. On opère le changement de variable $a \rightarrow z$ en utilisant l'Eq. (1.62). On a alors la relation entre da et dz

$$da = -a^2 dz, \tag{1.64}$$

et la distance co-mobile s'écrit en fonction du redshift

$$\chi(z) = \int_0^z \frac{dz'}{H(z')}. \tag{1.65}$$

Distance co-mobile transverse

La distance co-mobile transverse D_A est définie telle que la distance co-mobile $D_\perp$ entre deux objets situés à une même distance χ de l'observateur et séparés par un angle infinitésimal $\delta\theta$ est donnée par $D_\perp = D_A \delta\theta$. En reprenant la métrique de l'Eq. 1.17 dans le cas décrit, on déduit que D_A est donnée par

$$D_A(z) = S_k\left(\chi(z)\right) \tag{1.66}$$

Distance de diamètre angulaire

La distance de diamètre angulaire d_A se définit de manière similaire à la distance co-mobile transverse. Contrairement à celle-ci, elle n'est pas mesurée dans un univers fixé à t_0. Elle est définie par le rapport entre la distance propre $d = aD_\perp = \frac{D_\perp}{1+z}$ entre les deux objets au moment de l'émission de la lumière qui nous parvient aujourd'hui et leur séparation angulaire $\delta\theta$. On a donc

$$d_A(z) = \frac{1}{1+z}\frac{D_\perp}{\delta\theta} = \frac{D_A(z)}{1+z} = \frac{S_k\left(\chi(z)\right)}{1+z} \tag{1.67}$$

Distance de luminosité

La distance de luminosité d_L est la distance à laquelle devrait se trouver une source de luminosité L qui émet de manière isotropique pour qu'on observe le flux F :

$$F = \frac{L}{4\pi d_L^2}. \tag{1.68}$$

Pour simplifier, on peut imaginer une source qui émet, de façon isotropique et à un taux constant $\dot{N}$, des photons d'énergie fixe $E = \frac{hc}{\lambda}$. La luminosité de la source est

$$L = \dot{N}\frac{hc}{\lambda_s}. \tag{1.69}$$

Les photons qui nous proviennent depuis cette source sont émis dans un angle solide Ω_s, on peut donc écrire leur nombre

$$N = \dot{N}\delta t_s \frac{\Omega_s}{4\pi} = L\delta t_s \frac{\lambda_s}{hc}\frac{\Omega_s}{4\pi}. \tag{1.70}$$

On va collecter ces mêmes photons sur une surface A_o, pendant un intervalle de temps δt_o, et leur longueur d'onde observée est λ_o. Le flux mesuré est

$$F = \frac{N}{\delta t_o A_o}\frac{hc}{\lambda_o} = \frac{L}{4\pi}\frac{\lambda_s}{\lambda_o}\frac{\delta t_s}{\delta t_o}\frac{\Omega_s}{A_o}. \tag{1.71}$$

En identifiant le flux F des équations (1.68) et (1.71), on peut donner l'expression de la distance de luminosité

$$d_L = \sqrt{\frac{\delta t_o}{\delta t_s}\frac{\lambda_o}{\lambda_s}\frac{A_o}{\Omega_s}}. \tag{1.72}$$

On a vu précédemment que $\delta t_0 = (1+z)\delta t_s$ et $\lambda_o = (1+z)\lambda_s$. On va maintenant appliquer le même raisonnement que pour la distance co-mobile transverse mais en inversant les rôles de la source et de l'observateur. La validité de ce raisonnement est assurée par le théorème de réciprocité d'Etherington qui est valable pour tout espace Riemannien, indépendamment des équations d'Einstein (Ellis 2007). Ainsi, à l'instant t_0 auquel on reçoit les photons, la taille $D_\perp$ sous-tendue par un angle $\delta\theta$ vu depuis la source est $D_\perp = S_k(\chi)\delta\theta$, où χ est la distance co-mobile entre la source et l'observateur. En généralisant à la surface $A_o \equiv D_\perp^2$ on obtient $A_o = S_k^2(\chi)\Omega_s$. On a finalement

$$d_L(z) = \sqrt{(1+z)^2 S_k^2\big(\chi(z)\big)} = (1+z)S_k\big(\chi(z)\big). \tag{1.73}$$

Sur la figure 1.4, sont représentées les différentes distances pour les valeurs des paramètres de densité mesurés par la collaboration Planck (Planck Collaboration et al. 2020). On peut voir qu'à bas *redshift* les différentes distances coïncident. Les relations *redshift*-distances sont souvent résumées sous l'appellation générique de "Diagramme de Hubble". Ces relations sont primordiales pour la cosmologie, car elles dépendent des paramètres de densité qui décrivent le contenu de notre Univers, ainsi on peut confronter le diagramme de Hubble d'un modèle cosmologique donné à celui obtenu avec les observations.

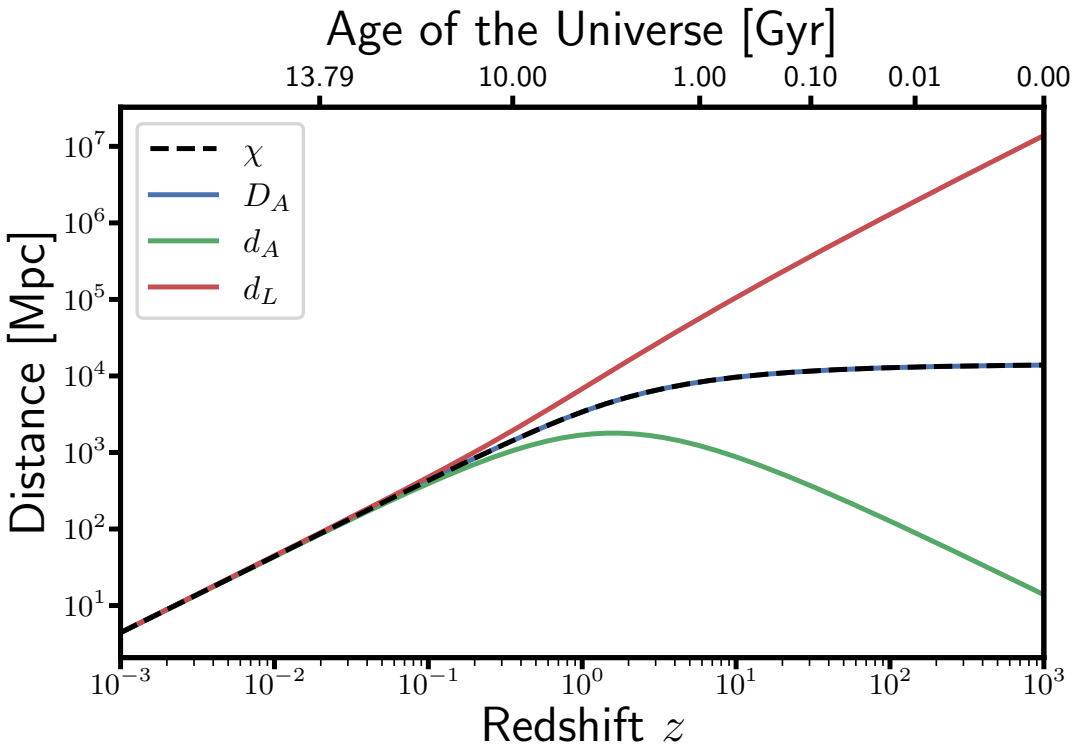


FIGURE 1.4 – Distances cosmologiques en fonction du *redshift*. On utilise les paramètres mesurées par Planck (PLANCK COLLABORATION et al. 2020) qui correspondent à un univers plat avec $\Omega_{m,0} \simeq 0.3$.

1.2 Le modèle de concordance ΛCDM

Dans la section précédente, nous avons présenté le formalisme de la cosmologie standard et comment celui-ci découle de la théorie de la relativité générale. Cependant, la construction du modèle standard de la cosmologie, le modèle ΛCDM, repose sur les contraintes que les observations vont apporter à la théorie.

1.2.1 Big-bang et nucléosynthèse primordiale

Une extrapolation des évidences observationnelles pour un Univers en expansion, mène à considérer que celui-ci devait être très chaud et dense à ses débuts. Dans cet univers primordial, les photons de haute énergie empêchent la formation de noyaux atomiques. L'idée est alors proposée que la synthèse des éléments pourrait se produire lorsque le plasma dont est constitué l'Univers primordial commence à refroidir sous l'effet de l'expansion (GAMOW 1946; ALPHER et al. 1948). Les calculs basés sur le modèle cosmologique et la physique nucléaire permettent de prédire la production des noyaux légers, jusqu'au lithium ^{7}Li (Fig. 1.5).

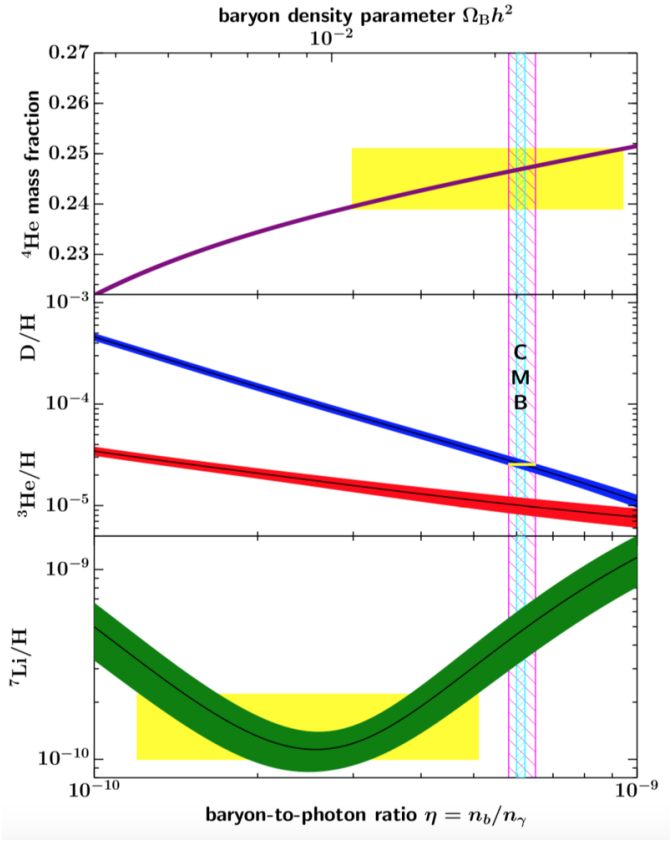


FIGURE 1.5 – Évolution des abondances des éléments ^{4}H, D, ^{3}He et ^{7}Li prédites dans le modèle de la nucléosynthèse primordiale en fonction du rapport baryons sur photons. Les bandes représentent les contours de confiance à 95%, les bandes jaunes sont les limites observationnelles et la bande verticale représente le contour à 95% de la mesure du rapport baryons-photons par le CMB. Credit : WORKMAN et OTHERS 2022

.

La comparaison des observations à cette théorie donne des contraintes sur la densité d'énergie de matière baryonique Ω_b. Les contraintes actuelles (PLANCK COLLABORATION et al. 2020) sont

$$\Omega_{b,0} h^2 = 0.02242 \pm 0.00014, \tag{1.74}$$

où h est le paramètre de Hubble réduit $h = H_0/100$ km.s^{-1}Mpc^{-1}.

1.2.2 Fond Diffus Cosmologique

Le plasma de l'Univers primordial décrit dans la partie précédente est opaque pour les photons. En effet, dans les premiers instants de l'Univers les photons sont très énergétiques et ne permettent pas aux électrons et protons de rester liés pour former de l'hydrogène par la réaction

$$p + e^- \rightleftharpoons H + \gamma. \tag{1.75}$$

Les électrons libres, diffusent alors les photons par diffusion Thomson, ce qui empêche ces derniers de voyager librement. Lorsque la température diminue avec l'expansion, l'énergie des photons n'est plus suffisante pour ioniser les atomes d'hydrogène et les électrons se recombinent avec les protons. Les photons peuvent alors voyager à travers notre Univers. On appelle l'ensemble de ces photons, le fond diffus cosmologique (CMB). Son époque d'émission est mesurée au *redshift* dit de la recombinaison $z_* = 1089.80 \pm 0.21$ (PLANCK COLLABORATION et al. 2020).

Le CMB est détecté pour la première fois en 1965 par A. Penzias et R. Wilson (PENZIAS et WILSON 1965). Ce rayonnement est presque parfaitement modélisé par la loi du corps noir et sa température est mesurée précisément. En 1992 la mesure du monopole du CMB par COBE donne la contrainte $T_{\rm CMB} = 2.726 \pm 0.010$ (MATHER et al. 1994), une combinaison des différentes mesures disponibles en 2009 raffinera ce résultat avec une contrainte $T_{\rm CMB} = 2.72548 \pm 0.00057$ (FIXSEN 2009). Les photons du CMB sont la source la plus importante de densité d'énergie de rayonnement, cette densité est obtenue en utilisant l'Eq. 1.34, le résultat est

$$\Omega_{\gamma,0} \simeq 5.38 \times 10^{-5}. \tag{1.76}$$

Bien que presque parfaitement homogène, le CMB contient de faibles variations liées aux fluctuations initiales de la métrique $\mathcal{R}$. Leur évolution va conduire à la formation des structures que l'on connaît aujourd'hui. La corrélation spatiale entre les fluctuations $\mathcal{R}$ est modélisée comme un champ gaussien aléatoire, c'est-à-dire un champ dont l'information est encodée en espace de Fourier par le spectre de puissance $P_{\mathcal{R}}(k)$ (voir Sec. 2.1.1). Pour le CMB on peut exprimer généralement ce spectre de puissance

$$\frac{k^3}{2\pi^2} P_{\mathcal{R}}(k) \simeq A_s \left(\frac{k}{k_0}\right)^{n_s - 1}, \tag{1.77}$$

où k_0 est une certaine échelle pivot, A_s est l'amplitude des perturbations et n_s l'index spectral qui indique la dépendance du spectre de puissance aux différentes échelles. Les mesures actuelles pour une échelle pivot fixée à $k_0 = 0.05 \mathrm{Mpc}^{-1}$ (PLANCK COLLABORATION et al. 2020) sont

$$\ln\left(10^{10} A_s\right) = 3.047 \pm 0.014 \tag{1.78}$$

$$n_s = 0.9665 \pm 0.0038. \tag{1.79}$$

Puisque $n_s \simeq 1$, le spectre de puissance est presque indépendant de l'échelle k.

1.2.3 Âge sombre et réionisation

Après l'émission des photons du CMB, alors que les étoiles ne sont pas encore formées, l'Univers ne contient pas de photons visibles, on parle d'âge sombre. Les fluctuations primordiales vont évoluer et finir par former des structures au sein desquelles vont naître, par effondrement gravitationnel, des étoiles. Ces étoiles vont commencer à émettre des photons qui vont ioniser le milieu interstellaire qui était neutre depuis

la recombinaison, c'est la réionisation. Les électrons du milieu ionisé vont interagir avec les photons du CMB par diffusion de Thomson, ce qui va avoir des conséquences observationnelles pour le CMB. La probabilité d'un photon d'interagir est $\propto e^{-\tau}$ où τ est la profondeur optique

$$\tau = \sigma_T \int_0^{z_*} dz \frac{n_e(z)}{(1+z)H(z)}, \tag{1.80}$$

avec σ_T la section efficace Thomson et $n_e(z)$ la densité moyenne d'électrons libres à z. La mesure actuelle (PLANCK COLLABORATION et al. 2020) est

$$\tau = 0.0561 \pm 0.0071 \tag{1.81}$$

1.2.4 Matière noire

Dans les années 1930, le physicien Fritz Zwicky remarque un déficit important entre l'estimation de la masse de l'amas du Coma, basée sur la luminosité et le nombre des galaxies, et la vitesse de celles-ci (ZWICKY 1933; ZWICKY 1937). Il propose alors l'existence d'une matière noire qui viendrait combler la masse manquante. D'autres observations, réalisées notamment par Vera Rubin, sur la mesure de la courbe de rotation des galaxies (RUBIN et FORD 1970) viendront appuyer l'existence de la matière noire (Fig. 1.6).

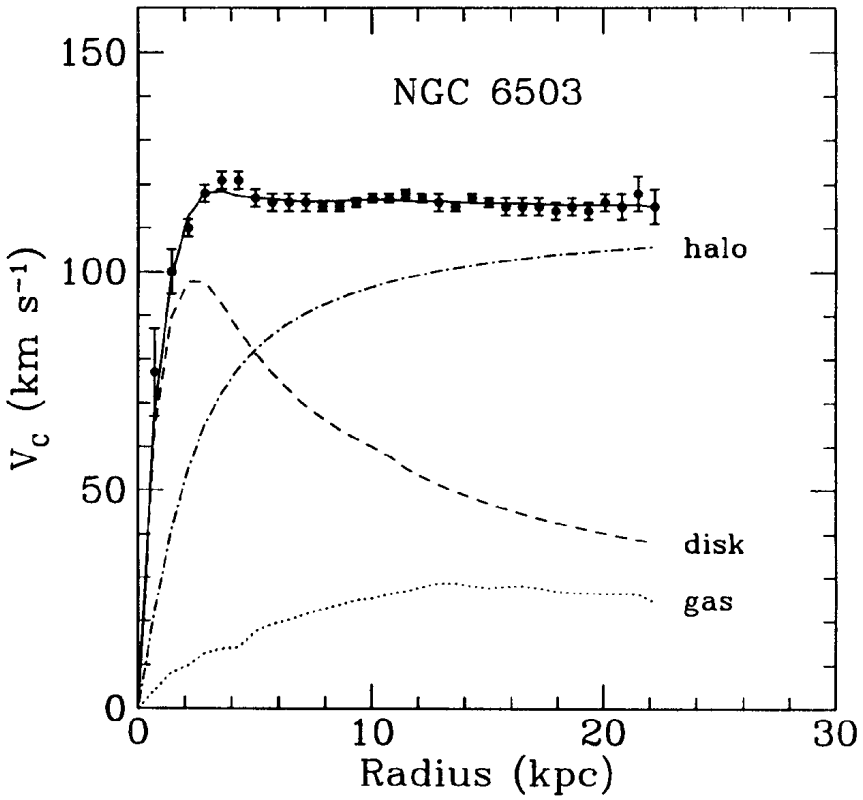


FIGURE 1.6 – Vitesse de rotation en fonction de la distance au centre de la galaxie NGC 6503. Les courbes *disk* et *gas* représentent la contribution de la matière baryonnique à la masse, la courbe *halo* représente la contribution de la matière noire nécessaire pour expliquer les données. Crédits : FREESE 2017

La matière noire n'est aujourd'hui pas expliquée par le modèle standard de la physique des particules. Les observations nous indiquent qu'elle doit être massive et qu'elle n'interagit pas (ou très peu) avec la matière baryonnique, comme le montrent les images du *Bullet Cluster* (figure 1.7). De plus la formation des galaxies, amas et super-amas permet de supposer que cette matière noire doit être non-relativiste, c'est-à-dire froide (*Cold Dark Matter*).

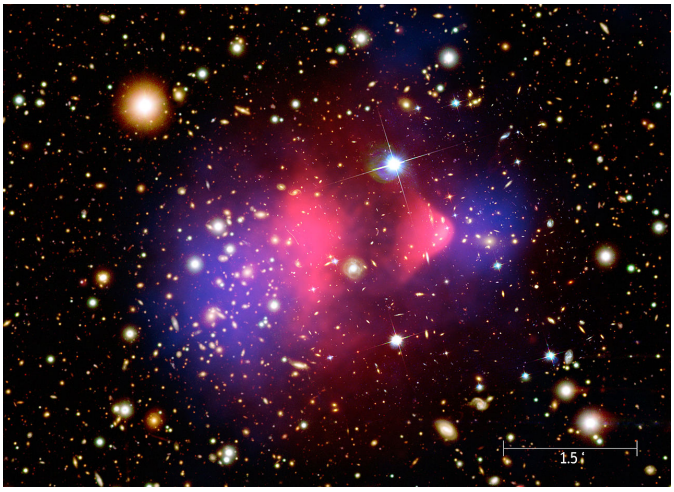


FIGURE 1.7 – *Bullet cluster*. La matière baryonnique est tracée grâce aux rayons-X (en rouge), la distribution de la masse est mesurée grâce au lentillage gravitationnel (en bleu). Crédits : NASA

La meilleure contrainte sur ce paramètre est (PLANCK COLLABORATION et al. 2020)

$$\Omega_{\mathrm{cdm},0} h^2 = 0.11933 \pm 0.00091. \tag{1.82}$$

On rassemble les densités d'énergie noire et baryonique dans le paramètre de densité d'énergie de matière

$$\Omega_m = \Omega_b + \Omega_{\mathrm{cdm}}, \tag{1.83}$$

la mesure actuelle de ce paramètre (PLANCK COLLABORATION et al. 2020) est

$$\Omega_{m,0} = 0.3111 \pm 0.0056 \tag{1.84}$$

1.2.5 Energie noire

En 1998 et 1999, deux équipes indépendantes vont mesurer, à l'aide de mesures de la relation distance-*redshift* des SNe Ia que l'expansion de l'univers est en phase d'accélération (RIESS et al. 1998 ; PERLMUTTER et al. 1999). Cette observation réhabilite la constante cosmologique Λ qui avait été abandonnée par Einstein, car comme expliqué dans la Sec. 1.1.2, elle permet d'obtenir un modèle d'Univers en expansion accélérée qui correspond aux observations. Cependant bien que l'existence de la constante cosmologique soit permise dans le contexte de la relativité générale, celle-ci ne trouve pas d'explication physique satisfaisante. Par exemple, son interprétation comme énergie du vide est incompatible avec le résultat de la densité d'énergie de Planck obtenue en théorie quantique des champs $\rho_\Lambda = 10^{-120} \rho_{\mathrm{planck}}$ (CARROLL 2001). La mesure actuelle de la densité d'énergie noire (PLANCK COLLABORATION et al. 2020) est

$$\Omega_{\Lambda,0} = 0.6889 \pm 0.0056. \tag{1.85}$$

Pour rechercher dans les observations une éventuelle évolution de l'énergie noire en fonction du redshift z (voir Sec. 1.3.2), on utilise la paramétrisation CPL (CHEVALLIER et POLARSKI 2000 ; LINDER 2003) pour décrire son équation d'état :

$$w_\Lambda = w_0 + w_a(1-a) = w_0 + w_a \frac{z}{1+z}. \tag{1.86}$$

Cette équation d'état mène à l'expression de la densité d'énergie noire

$$\Omega_\Lambda = \Omega_{\Lambda,0}(1+z)^{3(1+w_0+w_a)} e^{w_a \frac{z}{1+z}}. \tag{1.87}$$

Les mesures actuelles ne semblent pas exposer de déviation significative d'une densité d'énergie noire constante et restent compatibles avec $w_0 = -1$ et $w_a = 0$.

En résumé, le modèle standard de la cosmologie ΛCDM repose sur six paramètres : Ω_b, $\Omega_{\rm cdm}$, H_0, A_s, n_s et τ. On remarque que Ω_Λ ne fait pas partie des paramètres car il est contraint à travers la relation de fermeture de l'Eq. 1.51. En effet, on considère que le modèle ΛCDM a une courbure nulle, car celle-ci est mesurée comme très faible $\Omega_{k,0} = 0.0007 \pm 0.0019$ (PLANCK COLLABORATION et al. 2020). On a donc $\Omega_{\Lambda,0} = 1 - \Omega_{m,0}$. Le modèle ΛCDM se révèle être un excellent modèle phénoménologique compatible avec nos observations. Cependant, il reste certains points à éclaircir : la matière noire et l'énergie noire, qui représentent la plus grande proportion du contenu de l'Univers, sont de nature inconnue. Dans la prochaine section, on va discuter des observations qui mettent aujourd'hui en tension le modèle standard et qui pourraient conduire au développement de nouveaux modèles.

1.3 Limites et évolutions possibles du modèle standard

Comme on l'a vu dans la section précédente, le modèle ΛCDM est concordant avec la plupart des observations. Il existe cependant quelques tensions dont l'origine physique ou expérimentale n'est pas encore déterminée, et qui pourraient nous mener à de nouveaux modèles.

1.3.1 Tensions au sein du modèle ΛCDM

La tension H_0

La tension sur la mesure de la vitesse d'expansion de l'Univers actuelle, la constante de Hubble H_0, est l'un des problèmes les plus discutés de la littérature en cosmologie. Elle met en compétition deux mesures de ce paramètre. La première mesure est réalisée à l'aide de l'observation du CMB, c'est à dire d'observations de l'Univers jeune.

Ces mesures de la physique de l'Univers à haut *redshift* sont ensuite propagées par la loi d'évolution du modèle ΛCDM, $H(z)$ (Eq. 1.40), pour donner une contrainte de $H(z=0) = H_0$. L'une des mesures les plus récentes est (PLANCK COLLABORATION et al. 2020)

$$H_0^{\text{Planck}} = 67.66 \pm 0.42 \text{ km.s}^{-1}.\text{Mpc}^{-1}, \tag{1.88}$$

une mesure à environ ∼ 0.6% de précision. La seconde mesure de H_0 est faite à l'aide d'une échelle de distance dans l'Univers récent. Les mesures de distances géométriques très proches permettent de calibrer la relation période-luminosité d'étoiles variables appelées céphéides. Celles-ci sont utilisées pour calibrer la luminosité des SNe Ia plus lointaines et dont le *redshift* est affecté par l'expansion de l'Univers. Cette mesure permet d'obtenir aujourd'hui la valeur de la constante de Hubble (RIESS et al. 2022).

$$H_0^{SH0ES} = 73.04 \pm 1.04 \text{ km.s}^{-1}.\text{Mpc}^{-1}, \tag{1.89}$$

avec ∼ 1.4% de précision. La Fig. 1.8 montre l'évolution de la tension entre les deux mesures au fil des années. Avec les mesures actuelles, la tension est aujourd'hui de l'ordre de 5σ. Une alternative à la mesure des SNe Ia utilise le sommet de la branche des géantes rouges (TRGB) pour calibrer l'échelle de distance. La mesure de FREEDMAN et al. 2020, $H_0^{CSP} = 69.6 \pm 1.7$, est compatible avec celle du CMB, tandis que les mesures de DHAWAN et al. 2022, $H_0^{\text{ZTF}} = 76.94 \pm 6.4$ km.s^{-1}.Mpc^{-1}, et SCOLNIC et al. 2023, $H_0^{\text{CATS}} = 73.22 \pm 2.06$ km.s^{-1}.Mpc^{-1}, restent compatibles avec les mesures calibrées sur les céphéides. De nouvelles mesures indépendantes et de précisions comparables commencent à apparaître. La collaboration H0LiCOW, par exemple, utilise la mesure des décalages temporels entre l'apparition des images de quasars dans le cas de lentillage gravitationnel fort. Une des mesures les plus récentes est $H_0^{H0LiCOW} = 73.3 \pm 1.8$ km.s^{-1}.Mpc^{-1} (WONG et al. 2020). Elle est en tension avec la mesure CMB. Cette méthode devrait amener une mesure de H_0 avec une précision de 1% avec les futures données de *Rubin Observatory*, *Roman* et *Euclid* (BIRRER et al. 2023). Enfin, on s'attend à ce que les ondes gravitationnelles, dont la mesure de H_0 est aujourd'hui $H_0^{\text{GW}} = 69^{+16}_{-8}$ km.s^{-1}.Mpc^{-1} (ABBOTT et al. 2021), deviennent une sonde plus précise dans les prochaines années.

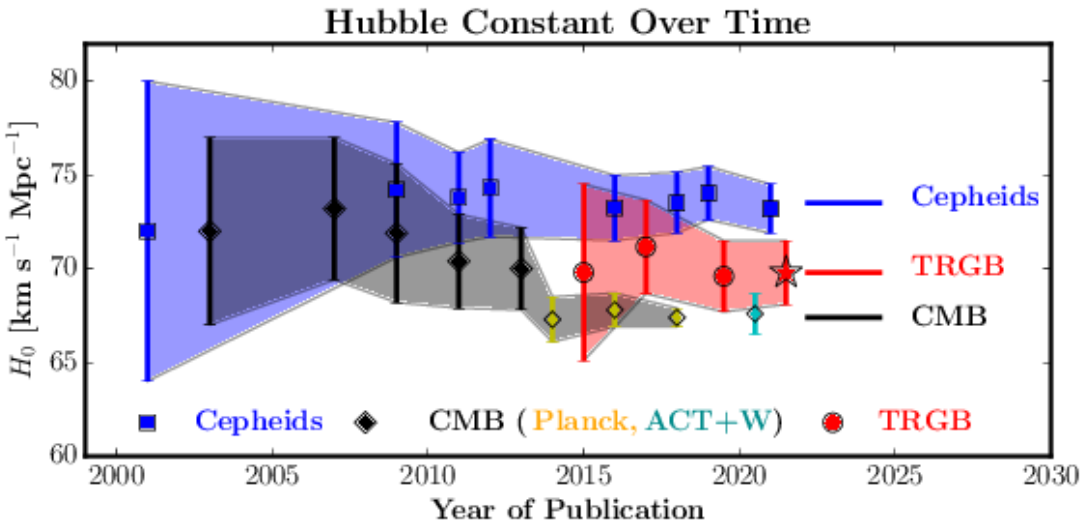


FIGURE 1.8 – Évolution de la tension de Hubble. Crédits : arxiv :2106.15656

Cette tension permet d'envisager une faiblesse du modèle ΛCDM car elle peut être comprise comme le résultat d'une loi d'évolution erronée pour H entre le CMB et notre époque. Cette faiblesse pourrait laisser la place à l'élaboration de nouveaux modèles cosmologiques. Cependant, la tension peut aussi être liée à la présence de systématiques dans les mesures. Pour les SNe Ia on a évoqué, par exemple, des corrélations entre luminosité et propriétés des hôtes des SNe Ia (RIGAULT et al. 2015), ou un biais dans la calibration période-luminosité des céphéides (EFSTATHIOU 2020). Pour le moment aucun consensus ne met en évidence de systématiques qui pourraient expliquer entièrement le décalage entre les deux valeurs.

La tension S_8

Cette tension porte sur l'observation des structures aux grandes échelles. L'amplitude de l'agrégation de la matière dans notre Univers est quantifié par σ_8, que nous décrirons plus amplement dans le Chap. 2. Ce paramètre est, en particulier, mesuré par l'étude des corrélations spatiales des galaxies, ou par la mesure des effets de lentillage gravitationnel faible. Le paramètre σ_8 est relié aux amplitudes des anisotropies du spectre primordial, A_s, et peut donc aussi être mesuré avec le CMB. Cette tension est exprimée au travers du paramètre

$$S_8 = \sigma_8 \sqrt{\frac{\Omega_m}{0.3}}. \tag{1.90}$$

On peut relever que cette tension est aussi liée au paramètre de taux de croissance des structures $f\sigma_8 \simeq \Omega_m^{0.55}\sigma_8$ qui sera discuté dans les prochains chapitres. Comme pour H_0, il existe là aussi une tension entre les mesures de l'Univers jeune et celle de l'Univers récent. La mesure de Planck (PLANCK COLLABORATION et al. 2020) nous

donne

$$S_8^{\text{Planck}} = 0.834 \pm 0.016, \tag{1.91}$$

tandis que la mesure de DES, issues de l'analyse des auto-corrélations et corrélations croisées du lentillage gravitationnel faible et des positions des galaxies (DES COLLABORATION et al. 2022), donne

$$S_8^{\text{DES}} = 0.776 \pm 0.017. \tag{1.92}$$

Ces deux mesures sont incompatibles avec un intervalle de $\sim 2.5\sigma$. Cette tension n'apparaît pas seulement dans les données de DES, on la retrouve dans l'analyse de KiDS-1000 (HEYMANS et al. 2021) qui mesure $S_8^{\text{KiDS}} = 0.766^{+0.020}_{-0.014}$ avec la même méthode que DES. Une tension similaire avec Planck est aussi observée sur une mesure à l'aide des forêts Lyman-α des quasars à haut *redshift* de SDSS (PALANQUE-DELABROUILLE et al. 2020). La Fig. 1.9 donne un aperçu de diverses mesures de S_8.

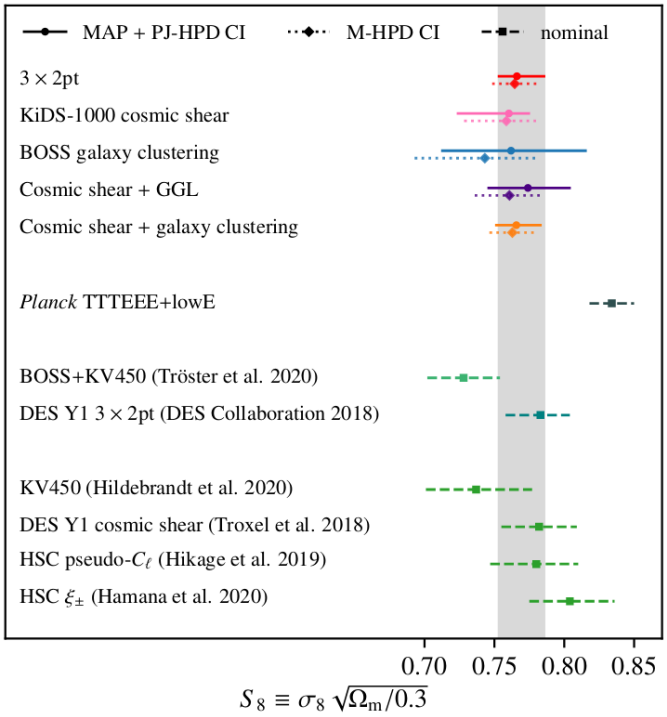


FIGURE 1.9 – Aperçu des mesures de S_8. Crédits : HEYMANS et al. 2021

1.3.2 Alternatives au modèle ΛCDM

Les modèles d'énergie noire

Une première extension au modèle standard ΛCDM est de considérer que l'énergie noire n'est pas une simple constante. La manière la plus simple est d'introduire un

nouveau champ scalaire ϕ, décrit par le lagrangien

$$\mathcal{L}_{\mathrm{DE}} = \frac{1}{2}\partial^{\mu}\phi\partial_{\mu}\phi - V(\phi), \tag{1.93}$$

où $V(\phi)$ est une énergie potentielle. Le tenseur énergie-impulsion d'un tel champ est donné par

$$T_{\mu\nu} = \partial_{\mu}\phi\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\left(\partial^{\nu}\phi\right)} - g_{\mu\nu}\mathcal{L}. \tag{1.94}$$

On obtient ainsi la densité d'énergie et la pression

$$\begin{array}{lll} \rho_{\phi} & = T_{00} & = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi) \\ P_{\phi} & = T_{ii} & = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi) \end{array}. \tag{1.95}$$

La constante d'état w est alors

$$w = \frac{P_{\phi}}{\rho_{\phi}} = \frac{\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi)}{\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi)}. \tag{1.96}$$

La dynamique du champs scalaire est donnée par l'Eq. 1.22, on a alors pour ϕ

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + \frac{d}{d\phi}V(\phi) = 0. \tag{1.97}$$

On remarque que si le champ a une évolution lente $\dot{\phi} \simeq 0$, on se retrouve dans la limite d'une constante cosmologique $w \simeq -1$. A contrario, si le champ varie rapidement $\ddot{\phi}^2 \gg V(\phi)$, on a $w = 1$, on conclut que pour un champ scalaire $-1 < w < 1$. Une constante d'état $w < -1$ est étudiée dans les modèles de *phantom dark energy* et a pour conséquence un Univers où le facteur d'échelle tend rapidement vers l'infini, on appelle cette fin d'Univers *Big Rip*. Différents choix pour le potentiel $V(\phi)$ vont mener à différents modèles d'énergie noire. L'idée d'introduire un champ scalaire cosmologique a été proposée avant la découverte de l'accélération de l'expansion de l'Univers notamment dans Wetterich 1988 et Ratra et Peebles 1988. Cette idée est explorée pour l'énergie noire sous le terme de *Quintessence* dans Caldwell et al. 1998. Une classe de modèle d'intérêt aujourd'hui est celle de l'*Early Dark Energy* (EDE) qui propose de résoudre la tension de Hubble avec une énergie noire qui intervient dans l'Univers jeune. Des contraintes en faveur de ces modèles sont apparues dans l'analyse des données d'observation du CMB par la collaboration ACT (Hill et al. 2022 ; La Posta et al. 2022). Une revue de cette classe de modèles est proposée dans Poulin et al. 2023.

La gravité modifiée

Une autre solution proposée pour tenter de résoudre les tensions du modèle ΛCDM et l'accélération de l'expansion de l'Univers est de modifier directement les lois de la gravité. La relativité générale d'Einstein est bien testée et contrainte jusqu'aux échelles

du système solaire, mais il est possible de construire des modèles qui dévient de cette théorie à de plus grandes échelles. Une classe de ce type de théories sont les théories $f(R)$. Dans la gravité $f(R)$ on va remplacer le scalaire de Ricci R de l'action Hilbert-Einstein (Eq. 1.10) par une fonction de celui-ci

$$S_{f(R)} = \int d^4x\sqrt{-g}\left[\frac{f(R)}{16\pi G} + \mathcal{L}_m\right]. \tag{1.98}$$

L'application du principe variationnel va alors mener à des équations différentes de celles d'Einstein. Une large revue des modèles de gravité modifiée est proposée dans CLIFTON et al. 2012.

Une approche moderne des modèles de gravité modifiée est proposée par la théorie des champs effectifs (EFT)(GUBITOSI et al. 2013 ; BLOOMFIELD et al. 2013 ; PIAZZA et VERNIZZI 2013) qui, basée sur les modèles de Horndeski (HORNDESKI 1974), propose une paramétrisation générale du lagrangien de la relativité générale. Cette paramétrisation englobe plusieurs modèles dont $f(R)$ mais aussi les théories de champs scalaires d'énergie noire. Le formalisme de l'EFT est déjà implémenté dans des codes de résolution des équations de modèles cosmologiques tels que `HiClass` (ZUMALACARREGUI et al. 2017) et `EFTCAMB` (HU et al. 2014). Il est intéressant de mentionner ici que l'observation des ondes gravitationnelles par les collaborations LIGO et VIRGO (THE LIGO SCIENTIFIC COLLABORATION et THE VIRGO COLLABORATION 2017) a posé des contraintes importantes sur la viabilité des modèles de gravité modifiée (AMENDOLA et al. 2018b).

Ces deux types d'extension du modèle ΛCDM vont devoir reproduire l'expansion accélérée de l'Univers que l'on observe dans nos données. Il est assez difficile de différencier modification de la gravité et modèle d'énergie noire sur un diagramme de Hubble. Cependant, les modèles de gravité modifiée vont plus fortement impacter la formation et l'évolution des structures qui est l'objet du prochain chapitre.

2 Champ de vitesses dans l'univers inhomogène

Dans le Chap. 1 on a présenté le modèle standard de la cosmologie ΛCDM ainsi que les aspects généraux de l'évolution de l'Univers à très grande échelle. Dans ce cadre l'Univers était considéré homogène et isotrope. Ces hypothèses ne semblent pas valables à de plus petites échelles : nos observations montrent que la matière forme des structures sous l'effet de la gravité. Ainsi, l'étude de ces structures nous permet de tester directement la relativité générale et le modèle standard de la cosmologie. Dans cette thèse on s'intéresse particulièrement au champ de vitesse et au paramètre du taux de croissance des structures qui y est lié. La modélisation de la physique aux petites échelles est complexe et fait encore aujourd'hui l'objet de développements théoriques. Le modèle le plus simple pour décrire cette physique est la théorie des perturbations linéaires. Dans ce chapitre on va présenter certains aspects théoriques et observationnels de la cosmologie liés au champ de vitesse de l'Univers inhomogène. Dans la Sec. 2.1 on présente la théorie des perturbations linéaires et les paramètres cosmologiques qui y sont liés. Dans la Sec. 2.2 on précise les effets observationnels des vitesses particulières ainsi que certaines mesures de $f\sigma_8$ qui en découlent.

2.1 Théorie des perturbations linéaires

La théorie des perturbations linéaires pose un premier cadre pour étudier la formation des structures et leur évolution dans l'Univers. Dans cette section, on présente les bases théoriques et les paramètres cosmologiques d'intérêt tels que le facteur et le taux de croissance des structures. Cette section se base ici aussi sur les lectures de PEEBLES 1993, DODELSON et SCHMIDT 2020 et JONES 2017.

2.1.1 Contraste de densité et champ aléatoire gaussien

Contraste de densité

Comme écrit précédemment, on s'intéresse ici aux inhomogénéités dans l'Univers. Pour quantifier les déviations locales à la densité moyenne, on utilise le champ scalaire du "contraste de densité"

$$\delta(\mathbf{x}, t) = \frac{\rho(\mathbf{x}, t)}{\bar{\rho}(t)} - 1, \tag{2.1}$$

où $\rho(\mathbf{x}, t)$ est la densité en chaque point $\mathbf{x}$ de l'espace à un temps t et $\bar{\rho}(t)$ est la densité moyennée sur l'espace au temps t.

Espace de Fourier

L'étude du contraste de densité est souvent réalisée en espace de Fourier. On définit la transformée de Fourier de $\delta(\mathbf{x}, t)$

$$\delta(\mathbf{k}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} d^3\mathbf{x}\delta(\mathbf{x}, t)e^{-i\mathbf{k}.\mathbf{x}} \tag{2.2}$$

$$\delta(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{(2\pi)^3}\int_{-\infty}^{+\infty} d^3\mathbf{k}\delta(\mathbf{k}, t)e^{i\mathbf{k}.\mathbf{x}}. \tag{2.3}$$

En espace de Fourier les nombreuses équations différentielles sur $\delta(\mathbf{x}, t)$ s'expriment plus simplement, grâce aux relations

$$\nabla\delta(\mathbf{x}, t) \equiv i\mathbf{k}\delta(\mathbf{k}, t) \tag{2.4}$$

$$\nabla^2\delta(\mathbf{x}, t) \equiv \Delta\delta(\mathbf{x}, t) \equiv -\mathbf{k}^2\delta(\mathbf{k}, t) \tag{2.5}$$

Champ gaussien aléatoire, spectre de puissance et fonction de corrélation

Les modèles de fluctuations initiales font souvent l'hypothèse que ces fluctuations sont décrites par un champ aléatoire gaussien [1]. Il s'agit d'un champ dont les valeurs sont corrélées spatialement, et tel que si on évalue ces fluctuations $\delta(\mathbf{x})$ en n points $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n$ leur probabilité jointe est décrite par une loi normale multidimensionnelle

$$\mathcal{P}(\delta(\mathbf{x}_1), \ldots, \delta(\mathbf{x}_n)) = (2\pi)^{-\frac{n}{2}}|C|^{-\frac{1}{2}}\exp\left[-\frac{1}{2}\boldsymbol{\delta}^T C^{-1}\boldsymbol{\delta}\right], \tag{2.6}$$

où C est la matrice de corrélation déterminée par la fonction de corrélation à deux points $C_{ij} = \xi(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \xi(\mathbf{x}_i, \mathbf{r}_{ij})$ avec $\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i$. La condition d'homogénéité nous dit que ξ ne dépend pas de la position on a alors $\xi(\mathbf{x}_i, \mathbf{r}_{ij}) = \xi(\mathbf{r}_{ij})$. Cette fonction de corrélation est égale à la covariance des fluctuations

$$\xi(\mathbf{r}_{ij}) = \langle\delta(\mathbf{x}_i)\delta(\mathbf{x}_j)\rangle. \tag{2.7}$$

La Fig. 2.1 présente une illustration d'un champ aléatoire gaussien.

1. Cette hypothèse est pour le moment vérifiée par les mesures du CMB par le télescope Planck, voir PLANCK COLLABORATION et al. 2019

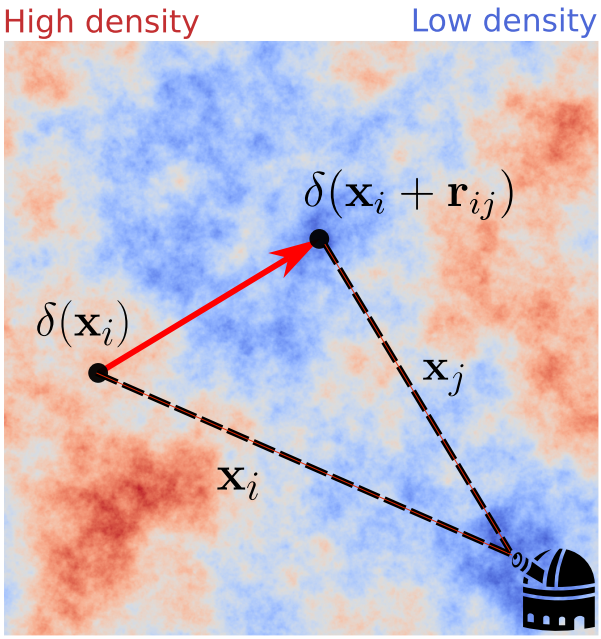


FIGURE 2.1 – Illustration d'un champ aléatoire gaussien δ pour un spectre de puissance $P(k) = k^{-3}$.$\mathbf{x}_i$ et $\mathbf{x}_j$ sont les vecteurs entre l'observateur et les deux points de l'espace observés, $\mathbf{r}_{ij}$ est le vecteur de séparation entre $\mathbf{x}_i$ et $\mathbf{x}_j$.

Une propriété intéressante des champs aléatoires gaussiens est que leur fonction de corrélation peut être entièrement encodée dans une fonction en espace de Fourier appelée spectre de puissance $P(\mathbf{k})$. Le spectre de puissance est défini comme la transformée de Fourier de la fonction de corrélation à deux points

$$\xi(\mathbf{r}) = \frac{1}{(2\pi)^3}\int_{-\infty}^{\infty} d^3\mathbf{k} P(\mathbf{k}) e^{i\mathbf{k}.\mathbf{r}} \tag{2.8}$$

$$P(\mathbf{k}) = \int_{-\infty}^{\infty} d^3\mathbf{r}\xi(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{k}.\mathbf{r}} \tag{2.9}$$

Par définition on peut écrire en espace de Fourier

$$\langle\delta(\mathbf{k}_i)\delta^*(\mathbf{k}_j)\rangle = \int d^3\mathbf{x}_i \int d^3\mathbf{x}_j \langle\delta(\mathbf{x}_i)\delta(\mathbf{x}_j)\rangle e^{-i\mathbf{k}_i.\mathbf{x}_i} e^{i\mathbf{k}_j.\mathbf{x}_j} \tag{2.10}$$

$$= \int d^3\mathbf{x}_i e^{-i(\mathbf{k}_i-\mathbf{k}_j).\mathbf{x}_i} \int d^3\mathbf{r}_{ji}\xi(\mathbf{r}_{ji}) e^{-i\mathbf{k}_j.\mathbf{r}_{ji}} \tag{2.11}$$

$$= (2\pi)^3\delta_D(\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_j)P(\mathbf{k}_i), \tag{2.12}$$

où δ_D est la distribution de Dirac. On remarque qu'en espace de Fourier, la covariance des modes $\mathbf{k}$ est nulle et que leur variance est $\sigma^2_{\mathbf{k}} = (2\pi)^3 P(\mathbf{k})$. La condition d'isotropie mène à un spectre de puissance qui ne dépend plus que de la norme des modes

$P(\mathbf{k}) \equiv P(k)$ avec $k = |\mathbf{k}|$. On a alors

$$\xi(r) = \frac{1}{2\pi^2}\int_0^{+\infty} dk k^2 P(k)\frac{\sin kr}{kr}. \tag{2.13}$$

Variance du champ de la matière

En théorie linéaire on fait l'hypothèse que les fluctuations du champ de matière δ_m peuvent encore être décrites par un champ aléatoire gaussien. Il est conventionnel de regarder ces fluctuations moyennées dans une certaine fenêtre décrite par une fonction $W(\mathbf{x})$. En effet, en faisant une moyenne des observations sur un certain volume, on supprime les non-linéarités des petites échelles. On peut par exemple utiliser une fonction fenêtre sphérique de rayon R

$$W_R(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & \text{si } |\mathbf{x}| < R \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{2.14}$$

La transformée de Fourier de cette fonction fenêtre est

$$W_R(k) = \frac{3j_1(kR)}{kR}, \tag{2.15}$$

où j_1 est la fonction sphérique de Bessel telle que

$$j_1(x) = \frac{\sin x}{x^2} - \frac{\cos x}{x}. \tag{2.16}$$

La variance du champ de matière dans une sphère de rayon R est alors donnée par

$$\langle \delta^2(\mathbf{x})\rangle_R = \sigma_R^2 = \frac{1}{2\pi^2}\int \frac{dk}{k} P_{\delta\delta}(k)\left(\frac{3j_1(kR)}{kR}\right)^2. \tag{2.17}$$

Historiquement, on utilise la variance dans des sphères de rayon $R = 8$ Mpc.h^{-1}, quantifiée par le paramètre σ_8. Bien que parfois critiqué (SANCHEZ 2020), σ_8 reste très utilisé en cosmologie. Ce paramètre est proportionnel à l'amplitude du spectre de puissance et on peut définir un spectre de puissance normalisé

$$\tilde{P}_{\delta\delta}(k) = \frac{P_{\delta\delta}(k)}{\sigma_8^2}. \tag{2.18}$$

2.1.2 Équations d'Einstein perturbées

Perturbation de la métrique FLRW

Les hypothèses d'isotropie et d'homogénéité ne sont plus vérifiées, la métrique FLRW n'est donc ici plus valable. On doit permettre des perturbations de celle-ci. De

manière générale la métrique FLRW perturbée s'écrit

$$ds^2 = a^2(\eta)\left(-\left[1+h_{00}\right]d\eta^2 + h_{0i}dx^i d\eta + \left[\gamma_{ij}+h_{ij}\right]dx^i dx^j\right), \tag{2.19}$$

où η est le temps conforme tel que $d\eta = a(t)dt$, γ_{ij} est la partie spatiale de la métrique FLRW de l'Eq.1.15 et $h_{\mu\nu}$ représente les perturbations. En général les composantes de h peuvent s'écrire

$$h_{00} = 2A \tag{2.20}$$
$$h_{0i} = B_i \tag{2.21}$$
$$h_{ij} = -2C\gamma_{ij} + 2D_{ij} \tag{2.22}$$

où A est un potentiel scalaire, B_i un vecteur, C_i une perturbation scalaire de la courbure spatiale et D_{ij} une distorsion spatiale de trace nulle ($\gamma^{ij}D_{ij} = 0$). Cette métrique perturbée peut être décomposée en trois types de perturbations : scalaire, vectorielle et tensorielle. Le vecteur B_i est décomposé en deux termes

$$B_i = B_{\parallel,i} + B_{\perp,i}, \tag{2.23}$$

qui correspondent respectivement aux composantes de rotationnel nul $\nabla \times B_\parallel = 0$ et de divergence nulle $\nabla.B_\perp = \gamma^{ij}\nabla_i B_{\perp,j} = 0$. La partie de rotationnel nul peut être ré-exprimée en fonction d'un scalaire

$$B_{\parallel,i} = \nabla_i B. \tag{2.24}$$

Une décomposition semblable est réalisée avec le tenseur D_{ij}

$$D_{ij} = \left(\partial_i\partial_j - \frac{1}{3}\gamma_{ij}\partial_p\partial^p\right)D + \left(\nabla_i D_{\perp,j} + \nabla_j D_{\perp,i}\right) + \overline{D}_{ij}, \tag{2.25}$$

où D est un scalaire, $D_\perp$ un vecteur de divergence nulle et $\overline{D}$ la composante de D de trace et de divergence nulles. Cette décomposition, abrégée SVT (Scalaire-Vecteur-Tenseur), est très utilisée en théorie des perturbations, elle est décrite plus en détail dans Bardeen 1980 ; Hu et Eisenstein 1999 ; Kodama et Sasaki 1984.

Les perturbations scalaires A, B, C et D sont directement liées aux variations de densité d'énergie, les vectorielles $B_\perp$ et $D_\perp$ déclinent généralement rapidement au début de l'Univers et les perturbations tensorielles $\overline{D}$ sont à l'origine des ondes gravitationnelles. Le *théorème de décomposition*, qui découle de l'isotropie de la métrique FLRW implique qu'au premier ordre, les fluctuations évoluent de manière indépendante. On s'intéresse ici uniquement à l'étude des perturbations scalaires, car celles-ci sont dominantes dans la formation des structures.

En Relativité Générale, les équations physiques sont indépendantes du choix de coordonnées, appelé choix de jauge, ce qui permet de réduire le nombre de degrés de liberté des équations. En théorie des perturbations linéaires, on considère des transformations de coordonnées assez petites pour rester dans le régime linéaire.

On montre alors que, pour les perturbations scalaires, on peut passer des quatre fonctions scalaire A, B, C et D à deux fonctions invariantes de jauges. Le choix de ces deux fonctions n'est pas unique, un choix très utilisé est celui des deux potentiels de Bardeen dans la jauge *newtonienne conforme* ($B = D = 0$, $A = \psi$, $C = \phi$). Il permet de réécrire la métrique

$$ds^2 = a^2(\eta)\left(-(1+2\psi)d\eta^2 + (1-2\phi)\gamma_{ij}dx^i dx^j\right), \tag{2.26}$$

où les deux potentiels scalaires $\psi(\mathbf{x}, t)$ et $\phi(\mathbf{x}, t)$ peuvent être respectivement interprétés comme le potentiel de la gravité newtonienne et une perturbation du facteur d'échelle.

Perturbation du tenseur énergie-impulsion

Dans la même jauge, le tenseur énergie-impulsion perturbé s'écrit

$$T^0{}_0 = -\rho(t)(1+\delta) \tag{2.27}$$
$$T^0{}_i = (\rho + P)v_i \tag{2.28}$$
$$T^i{}_j = (P + \delta P)\delta^i{}_j + P\Pi^i{}_j \tag{2.29}$$

où v_i est le vecteur vitesse $v_i = \frac{dx^i}{d\eta}$ et $\Pi^i{}_j$ est le tenseur de contrainte anisotrope. De la même manière que précédemment le vecteur v_i et le tenseur Π_{ij} peuvent être décomposés en termes SVT.

$$v_i = \partial_i v + v_{\perp,i} \tag{2.30}$$
$$\Pi_{ij} = \left(\partial_i\partial_j - \frac{1}{3}\gamma_{ij}\partial_p\partial^p\right)\Pi + (\nabla_i\Pi_{\perp,j} + \nabla_j\Pi_{\perp,i}) + \overline{\Pi}_{ij}. \tag{2.31}$$

Ces différents termes de perturbations peuvent être reliés aux différentes espèces contenues dans l'Univers en résolvant les équations de Boltzmann (Eq. 1.28) correspondantes.

Équations d'Einstein pour les perturbations

Les équations d'Einstein qui, en régime homogène, permettent d'obtenir les équations de Friedmann (Eqs. 1.38 et 1.39) vont maintenant nous apporter des équations supplémentaires pour les perturbations. On décide ici, pour simplifier, de travailler en espace plat $\gamma_{ij} = \delta_{ij}$. De plus, on va passer en espace de Fourier. On peut montrer que les perturbations de la décomposition SVT peuvent être exprimées en fonction des vecteurs propres de l'opérateur Laplacien $\Delta Q = -k^2 Q$ (Bardeen 1980 ; Kodama et Sasaki 1984). Par exemple, en espace plat $Q = e^{i\mathbf{k}.\mathbf{x}}$. Les décompositions scalaires

des perturbations s'expriment alors

$$s(x) \equiv s(k)Q \qquad \text{pour les scalaires} \tag{2.32}$$

$$\partial_i v(x) \equiv k^{-1} v(k) \partial_i Q \qquad \text{pour les vecteurs} \tag{2.33}$$

$$\left(\partial_i\partial_j - \frac{1}{3}\gamma_{ij}\partial_p\partial^p\right) t(x) \equiv k^{-2} t(k) \left(\partial_i\partial_j + \frac{1}{3}\gamma_{ij}k^2\right) Q \qquad \text{pour les tenseurs} \tag{2.34}$$

$$\tag{2.35}$$

Avec ce formalisme, la composante $\delta G^i{}_j = 8\pi G \delta T^i{}_j$ de l'équation d'Einstein pour les perturbations scalaires est

$$-k^2(\psi(k) - \phi(k)) = 8\pi G a^2 P \Pi(k), \tag{2.36}$$

Dans le cas d'un fluide parfait, le stress anisotrope est négligeable $\Pi \simeq 0$ et on a alors $\psi = \phi$. Le terme $\delta G^0{}_0 = 8\pi G \delta T^0{}_0$ nous donne

$$-k^2\phi(k) = 4\pi G a^2 \left(\rho\delta(k) + \mathcal{H}(\rho + P)\frac{v(k)}{k}\right). \tag{2.37}$$

Aux échelles inférieures au rayon de Hubble, telles que $k\mathcal{H}^{-1} \gg 1$, cette équation tend vers l'équation de Poisson

$$-k^2\phi = 4\pi G a^2 \rho\delta \tag{2.38}$$

$$\Leftrightarrow \quad \Delta\phi = 4\pi G a^2 \rho\delta. \tag{2.39}$$

2.1.3 Facteur de croissance des structures

Évolution des perturbations primordiales

On distingue différentes périodes d'évolution des fluctuations. Dans l'Univers jeune, après le big-bang, les modes sont en dehors du rayon de Hubble et n'évoluent pas. L'expansion va ensuite ralentir et les modes vont progressivement rentrer dans le rayon de Hubble et commencer à évoluer et former les structures de matière. Lors de la phase de domination de la matière, tous les modes évoluent de manière identique. Dans l'Univers actuel, l'énergie noire et l'accélération de l'expansion provoquent la diminution progressive des différents modes. On relie le potentiel $\phi(k,a)$ actuel aux fluctuations primordiales $\mathcal{R}$ par

$$\phi(k,a) = \frac{3}{5}\mathcal{R}(k)T(k)\frac{D_+(a)}{D_+(a_{\text{matter}})}, \tag{2.40}$$

où $T(k)$ est appelée la fonction de transfert, $D_+(a)$ le facteur de croissance et a_{matter} le facteur d'échelle choisi à un temps où la matière domine. La fonction de transfert est

définie par

$$T(k) = \frac{\phi(k, a_{\text{matter}})}{\phi(k \to 0, a_{\text{matter}})}. \tag{2.41}$$

En utilisant l'équation de Poisson pour les échelles inférieures au rayon de Hubble on obtient la relation pour la fluctuation de la matière

$$\delta_m(k, a) = \frac{2}{5} \frac{k^2}{\Omega_{m,0} H_0^2} \mathcal{R}(k) T(k) D_+(a). \tag{2.42}$$

En utilisant l'Eq. 1.77 on obtient le spectre de puissance

$$P_{\delta\delta}(k) = \frac{8\pi^2}{25} \frac{\mathcal{A}_s}{\Omega_{m,0}^2 H_0^4} T^2(k) D_+^2(a) \frac{k^{n_s}}{k_0^{n_s-1}} \tag{2.43}$$

Évolution du facteur de croissance

En général, les équations du mouvement sont obtenues par la conservation du tenseur énergie-impulsion $\nabla_\mu T^\mu{}_\nu = 0$. Dans le cas des fluctuations de la matière δ_m, non relativiste, et à des échelles inférieures au rayon de Hubble, on peut adopter une approche newtonienne. On va considérer les coordonnées comobiles $\mathbf{x}$ telles que pour un objet à une distance physique $\mathbf{r}$ on a

$$\mathbf{x} = \frac{\mathbf{r}}{a}. \tag{2.44}$$

On relie alors le gradient par rapport à $\mathbf{r}$ et celui par rapport à $\mathbf{x}$

$$\nabla_{\mathbf{x}} = a \nabla_{\mathbf{r}}. \tag{2.45}$$

La vitesse particulière $\mathbf{v}$ est reliée à la vitesse physique $\mathbf{V}$ par

$$\mathbf{V} = \dot{a}\mathbf{x} + \mathbf{v}(\mathbf{x}, t), \tag{2.46}$$

où $\dot{a}\mathbf{x} = H\mathbf{r}$ est la vitesse due à l'expansion. Les équations d'évolution sont

$$\partial_t \delta_m + \frac{1}{a} \nabla_{\mathbf{x}} [(1+\delta)\mathbf{v}] = 0 \quad \text{Équation de continuité} \tag{2.47}$$

$$\partial_t \mathbf{v} + H\mathbf{v} + \frac{1}{a}(\mathbf{v}.\nabla_{\mathbf{x}})\mathbf{v} = -\frac{1}{a}\nabla_{\mathbf{x}}\phi - \frac{c_s^2}{a}\nabla_{\mathbf{x}}\delta_m \quad \text{Équation d'Euler} \tag{2.48}$$

où $c_s^2 = \frac{\partial P}{\partial \rho}$ est la vitesse du son. Puisque l'on considère de faibles variations, on peut linéariser ces deux équations en ignorant tous les termes d'ordre supérieur à un :

$\delta^2, v^2, \delta v$. On obtient alors les équations

$$\partial_t \delta_m + \frac{1}{a}\nabla_{\mathbf{x}}.\mathbf{v} = 0 \tag{2.49}$$

$$\partial_t \mathbf{v} + H\mathbf{v} = -\frac{1}{a}\nabla_{\mathbf{x}}\phi - \frac{c_s^2}{a}\nabla_{\mathbf{x}}\delta_m. \tag{2.50}$$

Si on associe les Eqs. 2.49 et 2.50 avec l'équation de Poisson (Eq. 2.39) on obtient

$$\partial_t^2 \delta_m + 2H\partial_t \delta_m = 4\pi G\rho_m \delta_m + \frac{c_s^2}{a^2}\Delta_{\mathbf{x}}\delta_m. \tag{2.51}$$

En espace de Fourier

$$\partial_t^2 \delta_m + 2H\partial_t \delta_m + 4\pi\rho_m\left(\frac{k^2 c_s^2}{4\pi\rho a^2} - 1\right)\delta_m = 0. \tag{2.52}$$

On appelle longueur de Jeans la quantité $\lambda_J = 2\pi a k_J^{-1} = \sqrt{\pi (G\rho)^{-1}}c_s$ qui caractérise l'échelle à laquelle les forces de pression sont assez importantes pour s'opposer à l'effondrement gravitationnel. Si $k < k_J$, on est dans le cas d'un effondrement gravitationnel et la solution pour δ est croissante. Dans le second cas $k > k_J$ les forces de pression sont plus fortes que la gravité, les solutions pour δ sont des solutions oscillantes. Aux échelles plus grandes que l'échelle de Jeans $k \gg k_J$ ou pour des fluides sans pression, comme la matière noire, on peut négliger le terme de pression et obtenir l'équation

$$\partial_t^2 \delta_m + 2H\partial_t \delta_m = 4\pi G\rho_m \delta_m. \tag{2.53}$$

De plus, si on remplace ρ_m par le paramètre adimensionné Ω_m, on obtient

$$\partial_t^2 \delta_m + 2H\partial_t \delta_m - \frac{3}{2}H_0^2 \Omega_{m,0} a^{-3}\delta_m = 0. \tag{2.54}$$

Les solutions de cette équation sont de la forme

$$\delta_m(\mathbf{x}, t) = \hat{\delta}_m(\mathbf{x})\left(D_+(t) + D_-(t)\right), \tag{2.55}$$

où $D_+(t)$ est une solution croissante et $D_-(t)$ une solution décroissante. En appliquant l'Eq. 2.54 à $H(t)$ on peut montrer que, dans le cas du modèle ΛCDM avec courbure nulle, la solution décroissante est $D_-(t) \propto H(t)$. Lorsque $D_+(t)$ domine on a $\delta_m(\mathbf{x}, t) = \hat{\delta}_m(\mathbf{x})D_+(t)$ et l'Eq. 2.54 devient

$$\partial_t^2 D_+ + 2H\partial_t D_+ - \frac{3}{2}H_0^2 \Omega_{m,0} a^{-3} D_+ = 0. \tag{2.56}$$

Dans le régime dominé par la matière on peut montrer que la solution à l'Eq. 2.56 est $D_+(a) = a$. Dans le cas de l'Univers actuel, avec de la matière et une constante

cosmologique, la solution de cette équation est

$$D_+(a) = \frac{5}{2}\Omega_{m,0}E(a)\int_0^a \frac{da'}{[a'E(a')]^3}, \tag{2.57}$$

où $E(a)$ est la fonction définie par $E(a) = H(a)H_0^{-1}$ et la constante d'intégration est fixée telle que $\lim_{a\to\infty} D_+(a) = a$.

Du point de vue du spectre de puissance on a

$$\langle\delta(\mathbf{k},a)\delta(\mathbf{k}',a)\rangle = \frac{D_+^2(a)}{D_+^2(a_0)}\langle\delta(\mathbf{k},a_0)\delta(\mathbf{k}',a_0)\rangle \tag{2.58}$$

$$= \frac{D_+^2(a)}{D_+^2(a_0)}(2\pi)^3\delta_D(\mathbf{k}-\mathbf{k}')P_{\delta\delta}(k;a_0) \tag{2.59}$$

$$= \frac{D_+^2(a)}{D_+^2(a_0)}\sigma_{8,0}^2(2\pi)^3\delta_D(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\tilde{P}_{\delta\delta}(k;a_0). \tag{2.60}$$

On en déduit l'expression générale de σ_8

$$\sigma_8(a) = \sigma_{8,0}\frac{D_+(a)}{D_+(a_0)}. \tag{2.61}$$

2.1.4 Vitesses et taux de croissance des structures

Champ de vitesse

Si l'on reprend notre équation de continuité linéarisée (Eq. 2.49) on a

$$\nabla.\mathbf{v} = -a\partial_t\delta_m \tag{2.62}$$

$$= -\dot{a}\frac{a}{D_+(a)}\frac{dD_+(a)}{da}\delta_m \tag{2.63}$$

$$= -aHf\delta_m \tag{2.64}$$

avec f le taux de croissance des structures

$$f = \frac{d\ln D_+}{d\ln a}. \tag{2.65}$$

La solution de cette équation est de la forme

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}) = \frac{aHf}{4\pi}\int\frac{\mathbf{x}'-\mathbf{x}}{|\mathbf{x}'-\mathbf{x}|^3}\delta_m(\mathbf{x}')\,d^3\mathbf{x}'. \tag{2.66}$$

On définit souvent la variable θ telle que

$$\theta(\mathbf{x}) = -\frac{1}{aHf}\nabla.\mathbf{v}(\mathbf{x}), \tag{2.67}$$

en régime linéaire on a $\theta = \delta$. Puisque, comme dit dans la Sec. 2.1.2 les perturbations vectorielles diminuent rapidement, on peut poser que la vitesse provient d'un potentiel $v(\mathbf{x})$ tel que

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}) = \nabla v(\mathbf{x}). \tag{2.68}$$

Cela permet d'écrire en espace de Fourier

$$v(\mathbf{k}) = -\frac{aHf}{k^2}\theta(\mathbf{k}) \tag{2.69}$$

si on prend le gradient de cette dernière équation

$$\mathbf{v}(\mathbf{k}) = -iaHf\frac{\mathbf{k}}{k^2}\theta(\mathbf{k}). \tag{2.70}$$

Taux de croissance des structures

On peut revenir sur le taux de croissance des structures qui apparait dans l'Eq. 2.65. Pour la période dominée par la matière, on obtient que, puisque $D_+(a) = a$, alors $f = 1$. Pour l'Univers avec matière et énergie noire la dérivée de l'Eq. 2.57 donne

$$f(a) = \frac{\Omega_{m,0}}{a^3 E^2(a)}\left[\frac{5a}{2D_+(a)} - \frac{3}{2}\right]. \tag{2.71}$$

La Fig. 2.2 montre l'évolution de f, σ_8 et $f\sigma_8$ en fonction du *redshift* z, dans le cadre du modèle ΛCDM.

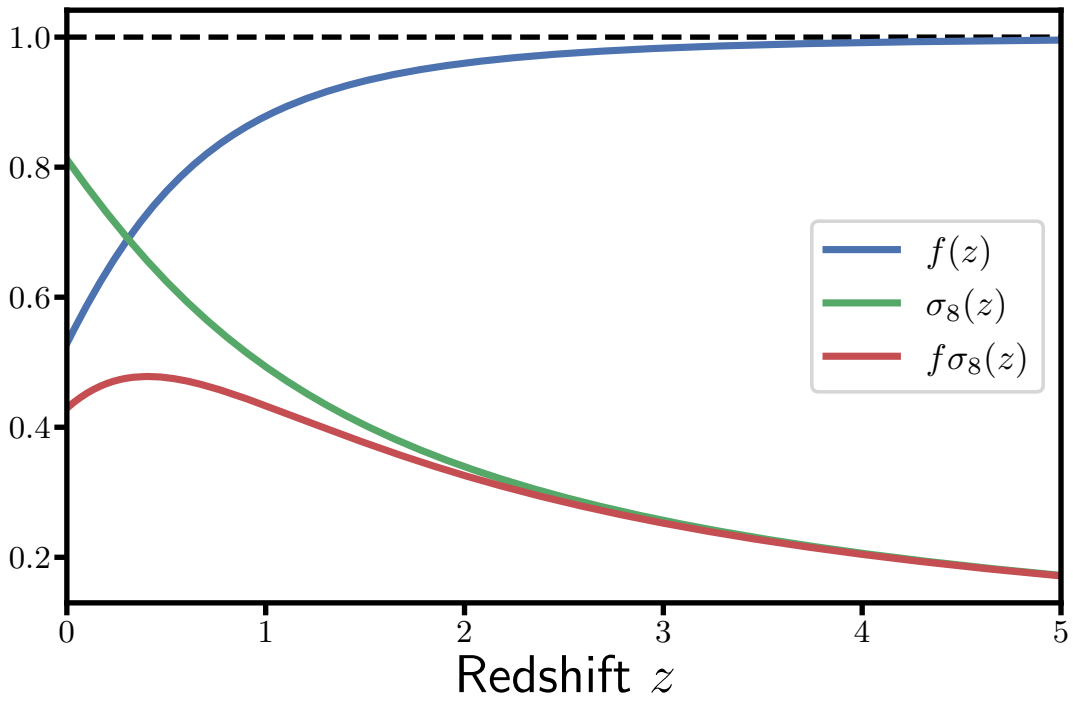


FIGURE 2.2 – Évolution des paramètres σ_8, f et $f\sigma_8$ en fonction du redshift z.

On peut ré-exprimer l'Eq. 2.56 en fonction de f

$$\frac{d}{d\ln a}f + f^2 + \left(\frac{\dot{H}}{H} + 2\right)f = \frac{3}{2}\Omega_M(a), \tag{2.72}$$

où Ω_M est définit par $\Omega_M(a) = \Omega_m(a)/H^2(a) = \Omega_{m,0}a^{-3}E^{-2}(a)$. Dans le modèle ΛCDM dominé par la matière et la constante cosmologique on a

$$\frac{d\Omega_M}{d\ln a} = -3\Omega_M(1-\Omega_M). \tag{2.73}$$

On peut réécrire l'Eq. 2.72 comme

$$-3\Omega_M(1-\Omega_M)\frac{d}{d\Omega_M}f + f^2 + \left(2 - \frac{3}{2}\Omega_M\right)f = \frac{3}{2}\Omega_M \tag{2.74}$$

Une paramétrisation simple du taux de croissance des structures est alors proposée comme

$$f \simeq \Omega_M^{\gamma}, \tag{2.75}$$

où γ est appelé l'index de croissance. En injectant l'Eq. 2.75 dans l'Eq. 2.74 et en ne gardant que les termes du premier ordre en $1-\Omega_M$ on obtient alors (WANG et STEINHARDT 1998)

$$\gamma \simeq \frac{6}{11} + \frac{15}{1331}(1-\Omega_M). \tag{2.76}$$

Dans la limite d'un univers dominé par la matière, $\Omega_M = 1$ et on a $\gamma \simeq \frac{6}{11} \simeq 0.55$. On retrouve cette valeur ou une valeur proche $\gamma = 0.6$ dans de nombreux travaux (e.g. PEEBLES 1993), elle représente la valeur attendue pour le modèle standard RG + ΛCDM. Si en relativité générale le taux de croissance des structures f est indépendant de l'échelle k, ce n'est pas toujours le cas pour les théories de gravité modifiée comme les théories $f(R)$ par exemple (NARIKAWA et YAMAMOTO 2010).

2.2 Conséquences observationnelles

2.2.1 Effet Doppler et aberration relativiste

Effet Doppler relativiste

Les photons émis par un objet astrophysique ne seront pas observés de la même manière dans tous les référentiels. En effet, en relativité restreinte la vitesse entre le référentiel de la source et de l'observateur va donner lieu à l'effet Doppler relativiste. Pour le démontrer, on peut imaginer un observateur au repos par rapport au CMB et proche d'une source astrophysique S qui émet des photons de manière isotrope dans son référentiel propre (Fig. 2.3). Pour simplifier les calculs on va utiliser le système d'unités naturelles ($c = \hbar = 1$). Dans ce système d'unités, l'objet astrophysique a une vitesse $\mathbf{v}$, et on place notre repère tel que $\mathbf{v} = v\mathbf{e_x}$ et que la ligne de visée $\mathbf{n}$ soit contenue dans le plan (O, x, y). Si l'on note θ l'angle entre $\mathbf{v}$ et $\mathbf{n}$ dans le référentiel de la source, on a

$$\mathbf{n} = \begin{pmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \\ 0 \end{pmatrix}. \tag{2.77}$$

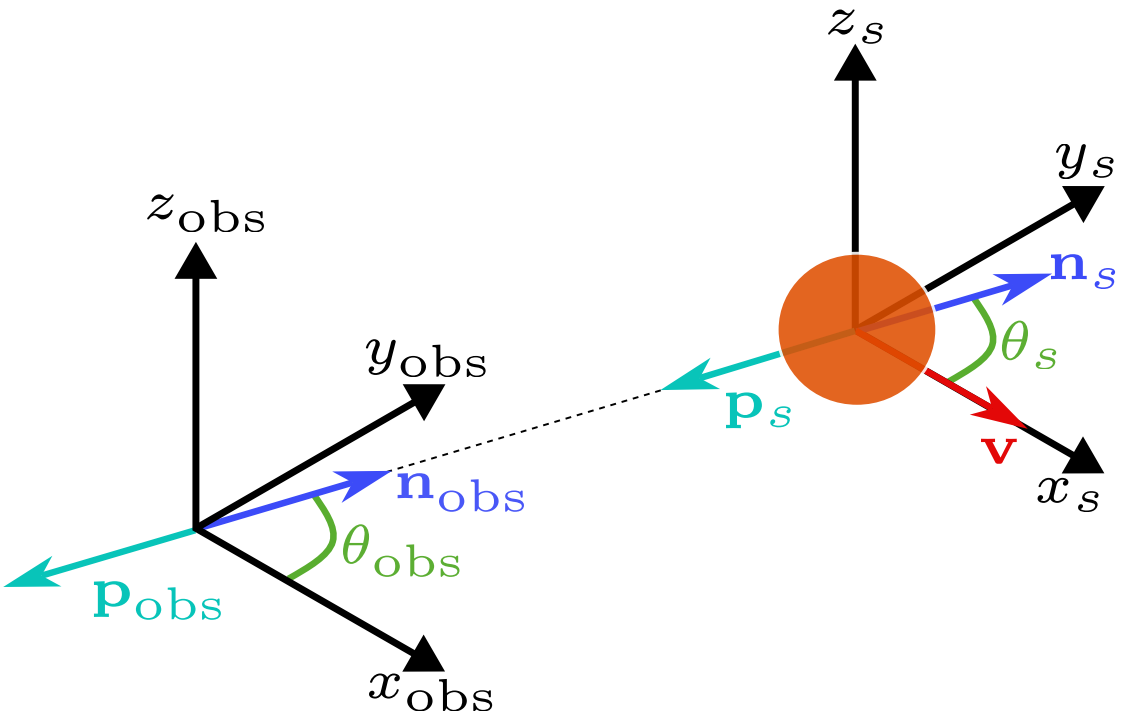


FIGURE 2.3 – Schéma du référentiel de la source S en mouvement à la vitesse v, par rapport à celui de observateur comobile. Les vecteurs $\mathbf{p}_{s/\rm obs}$ représentent la partie spatiale du 4-vecteur du moment des photons dans les référentiels de la source et de l'observateur, le vecteur $\mathbf{n}_{\rm obs}$ est la ligne de visée de l'observateur, le vecteur $\mathbf{n}_s$ est un vecteur analogue dans le référentiel de la source.

Localement, on peut décrire l'espace-temps par une métrique de Minkovski $\eta_{\mu\nu} = (-dt, dx^0, dx^1, dx^2)$. Le déplacement d'un photon de fréquence ν émis dans la direction de l'observateur est alors représenté par son 4-vecteur quantité de mouvement

$$p^\mu_s = \begin{pmatrix} \omega_s \\ -\omega_s \mathbf{n}_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_s \\ -\omega_s \cos\theta_s \\ -\omega_s \sin\theta_s \\ 0 \end{pmatrix}, \tag{2.78}$$

où $\omega_s = 2\pi\nu$.

Pour voir comment ce photon est perçu par l'observateur on doit appliquer le boost de Lorentz inverse correspondant à la vitesse v

$$\Lambda^\mu{}_\nu = \begin{pmatrix} \gamma & v\gamma & 0 & 0 \\ v\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \tag{2.79}$$

où γ est le coefficient de Lorentz

$$\gamma \equiv \gamma(v) = \frac{1}{\sqrt{1-v^2}} \tag{2.80}$$

On obtient alors le vecteur quantité de mouvement du photon dans le référentiel de l'observateur

$$p^{\mu}_{\rm obs} = \Lambda^{\mu}{}_{\nu} p^{\nu}_{s} = \begin{pmatrix} \omega_s \gamma (1 - v\cos\theta_s) \\ \omega_s \gamma (v - \cos\theta_s) \\ -\omega_s \sin\theta_s \\ 0 \end{pmatrix}. \tag{2.81}$$

Par identification on peut voir que la pulsation $\omega_{\rm obs}$ observée s'écrit

$$\omega_{\rm obs} = \omega_s \gamma (1 - v\cos\theta_s) \tag{2.82}$$

et l'angle sous lequel est observé le photon est

$$\cos\theta_{\rm obs} = -\frac{p^1_{\rm obs}}{p^0_{\rm obs}} = \frac{\cos\theta_s - v}{1 - v\cos\theta_s} \tag{2.83}$$

On peut inverser l'Eq. 2.83 pour obtenir $\cos\theta_s$

$$\cos\theta_s = \frac{\cos\theta_{\rm obs} + v}{1 + v\cos\theta_{\rm obs}}. \tag{2.84}$$

En injectant l'Eq. 2.84 dans l'Eq. 2.82 on a

$$\omega_{\rm obs} = \omega_s \gamma \left(1 - v\frac{\cos\theta_{\rm obs} + v}{1 + v\cos\theta_{\rm obs}}\right) \tag{2.85}$$

$$= \omega_s \gamma \frac{1 - v^2}{1 + v\cos\theta_{\rm obs}} \tag{2.86}$$

$$= \omega_s \frac{\sqrt{1-v^2}}{1 + \mathbf{v}.\mathbf{n}_{\rm obs}}. \tag{2.87}$$

On peut enfin obtenir le rapport entre $\lambda_{\rm obs}$ et λ_s

$$\frac{\lambda_{\rm obs}}{\lambda_s} = \frac{\omega_s}{\omega_{\rm obs}} = \frac{1 + \mathbf{v}.\mathbf{n}_{\rm obs}}{\sqrt{1-v^2}}. \tag{2.88}$$

On a alors une expression pour le *redshift* du aux vitesses particulières

$$1 + z_p = \frac{1 + \mathbf{v}.\mathbf{n}_{\rm obs}}{\sqrt{1-v^2}}. \tag{2.89}$$

Une approximation au premier ordre en v de l'Eq. 2.89 nous donne $(c)z_p \simeq \mathbf{v}.\mathbf{n}_{\rm obs} \simeq v_p$ où la notation v_p sera utilisée dans le reste de ce manuscrit pour parler de la vitesse

sur la ligne de visée. Le terme *redshift* est ici un abus de langage. En effet, la projection de la vitesse sur la ligne de visée peut être positive ou négative, on peut donc avoir un décalage vers le rouge ou vers le bleu.

La lumière reçue depuis une source provient d'un petit angle solide Ω_s. Puisque l'angle ϕ entre le plan $(0, x, y)$ et l'axe z ne sera pas modifié par le boost de Lorentz, Ω_s ne dépend que de $d\cos\theta_s$. On peut trouver la relation entre $d\cos\theta_s$ et $d\cos\theta_{obs}$ en reprenant le résultat de l'Eq. 2.83

$$d\cos\theta_{obs} = \frac{d\cos\theta_s}{1-v\cos\theta_s} + v\frac{\cos\theta_s - v}{(1-v\cos\theta_s)^2} d\cos\theta_s \tag{2.90}$$

$$= \frac{1-v^2}{(1-v\cos\theta_s)^2} d\cos\theta_s. \tag{2.91}$$

En utilisant l'Eq. 2.84 dans l'Eq. 2.91 on obtient

$$d\cos\theta_{obs} = \frac{\left(1-v^2\right)\left(1+v\cos\theta_{obs}\right)^2}{\left(1-v^2\right)^2} d\cos\theta_s \tag{2.92}$$

$$= \frac{\left(1+v\cos\theta_{obs}\right)^2}{1-v^2} d\cos\theta_s \tag{2.93}$$

$$= \frac{(1+\mathbf{v}.\mathbf{n})^2}{1-v^2} d\cos\theta_s \tag{2.94}$$

$$= \left(1+z_p\right)^2 d\cos\theta_s. \tag{2.95}$$

On a alors la relation entre les angles solides

$$\frac{\Omega_{obs}}{\Omega_s} = \left(1+z_p\right)^2. \tag{2.96}$$

Composition des *redshifts*

On peut utiliser les résultats précédents pour obtenir l'expression du *redshift* mesuré par un observateur éloigné de la source. Si on prend d'abord un observateur 1, au repos par rapport au référentiel du CMB et assez proche de la source S pour ne pas être sensible à l'expansion de l'Univers. Puisque la source a une vitesse par rapport à l'observateur 1, celui-ci mesure un effet Doppler (Eq. 2.88) tel que les photons émis par la source lui apparaissent avec une longueur d'onde

$$\lambda_1 = (1+z_p)\lambda_s, \tag{2.97}$$

où λ_S est la longueur d'onde des photons lors de leur émission et z_p le *redshift* dû à la vitesse particulière de la source par rapport à l'observateur 1. On prend maintenant un second observateur noté 2, au repos par rapport au CMB, mais qui se trouve cette fois à une distance suffisante de l'observateur 1 pour ressentir les effets de l'expansion cosmologique. L'observateur 2 mesure les mêmes photons que l'observateur 1 avec

une longueur d'onde

$$\lambda_2 = (1+z_{\cos})\lambda_1 = (1+z_{\cos})(1+z_p)\lambda_s, \tag{2.98}$$

où on note $z_{\cos}$ le *redshift* dû à l'expansion de l'Univers. Enfin, on prend un dernier observateur proche de l'observateur 2, mais avec une vitesse $\mathbf{v}_{\rm obs}$ par rapport au référentiel du CMB. Un raisonnement analogue à la dérivation de l'effet Doppler entre l'observateur 1 et la source donne

$$1+z_{p,\rm obs} = \frac{1-\mathbf{v}_{\rm obs}.\mathbf{n}}{\sqrt{1-v_{\rm obs}^2}}. \tag{2.99}$$

On a alors la longueur d'onde mesurée par le dernier observateur

$$\lambda_{\rm obs} = (1+z_{p,\rm obs})(1+z_{\cos})(1+z_p)\lambda_s, \tag{2.100}$$

d'où on tire l'expression du *redshift* observé

$$1+z_{\rm obs} = (1+z_{p,\rm obs})(1+z_{\cos})(1+z_p). \tag{2.101}$$

Aberration relativiste et distance luminosité

On a vu dans l'Eq. 2.82 que l'angle solide d'émission des photons est modifié par la vitesse de la source. En reprenant la relation de composition des redshifts (Eq. 2.101), la distance luminosité de l'Eq. 1.73 peut se réécrire

$$d_{L,\rm obs} = (1+z_{\rm obs})\sqrt{\frac{A_{obs}}{\Omega_s}} \tag{2.102}$$

$$= (1+z_{\rm obs})\sqrt{\frac{\Omega_1}{\Omega_s}\frac{A_{obs}}{\Omega_1}}, \tag{2.103}$$

où Ω_1 correspond à l'angle solide vu par un observateur au repos par rapport au CMB, à proximité de la source. Le rapport $\frac{\Omega_1}{\Omega_s}$ correspond à une situation identique à celle de l'Eq. 2.82 et $\frac{A_{obs}}{\Omega_1}$ correspond à la situation utilisée pour dériver l'Eq. 1.73. On a donc

$$d_{L,\rm obs} = (1+z_{\rm obs})(1+z_p)S_k(\chi) = (1+z_{p,\rm obs})(1+z_p)^2 d_{L,\cos}. \tag{2.104}$$

On remarque que nous n'avons pas pris en compte de correction de $A_{\rm obs}$ due à la vitesse de l'observateur. En effet, ces corrections sont négligeables au premier ordre (Hui et Greene 2006).

2.2.2 Distorsion de l'espace des redshifts

Espace des *redshifts*

L'effet Doppler relativiste dû aux vitesses va directement affecter nos observations. Ses impacts sur la distribution des galaxies sont notamment dérivés dans KAISER 1987. Lors des relevés de *redshifts*, la mesure du *redshift* de chaque galaxie est modifiée par la vitesse de cette dernière. L'évaluation de la distance à une galaxie à l'aide de ce *redshift* est alors, au premier ordre

$$r_{\rm obs} = r_{\rm cos} + \frac{v_{\parallel}(\mathbf{x}_{\rm cos})}{aH}. \tag{2.105}$$

où $v_{\parallel}(\mathbf{x}_{\rm cos}) = \mathbf{v}(\mathbf{x}_{\rm cos}).\hat{\mathbf{x}}_{\rm cos}$ est la vitesse projetée sur la ligne de visée. Ce qui est équivalent à avoir un vecteur position

$$\mathbf{x}_{\rm obs} = \mathbf{x}_{\rm cos} + \frac{v_{\parallel}(\mathbf{x}_{\rm cos})}{aH}\hat{\mathbf{x}}_{\rm cos}. \tag{2.106}$$

On parle d'espace des *redshift* pour désigner cet espace de distances déformées. On a représenté l'effet des vitesses sur le *redshift* dans la Fig. 2.4. On distingue deux régimes. Le premier, à gauche, est celui aux grandes échelles, où on peut utiliser une description linéaire. Les galaxies à l'avant et à l'arrière d'une sur-densité tombent sur celle-ci. Les *redshifts* sont modifiés par la vitesse de ce mouvement et les distances semblent alors être "écrasées" sur la ligne de visée, on parle d'effet Kaiser. Le second régime, représenté à droite, est celui non linéaire et qui prend place aux petites échelles. À proximité de la sur-densité, les vitesses deviennent importantes. L'importante dispersion de vitesse va alors créer un effet d'élongation de l'espace des *redshifts* qu'on appelle "doigt de Dieu". On désigne généralement ces effets comme distorsions de l'espace des *redshifts* (RSD).

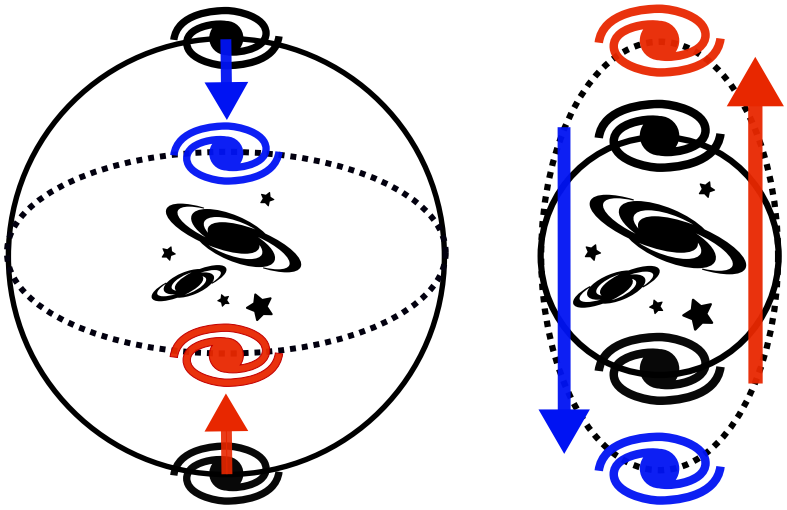


FIGURE 2.4 – Illustration des distorsions de l'espace des *redshifts*. Le cercle plein représente l'espace réel, celui en pointillé l'espace des *redshifts*. Les flèches représentent la vitesse sur la ligne de visée. En bleu, la position d'une galaxie de vitesse dirigée vers nous, en rouge celle d'une galaxie de vitesse dirigée dans la direction opposée. *À gauche* : aux grandes échelles on observe un écrasement de l'espace des *redshifts*, c'est l'effet Kaiser. *À droite* : aux plus petites échelles, les vitesses allongent l'espace des *redshifts* sur la ligne de visée, on parle d'effet du "doigt de Dieu".

La Fig. 2.5 représente une estimation de la fonction de corrélation des paires de galaxies du relevé 2dFGRS (PEACOCK et al. 2001). Il s'agit d'un histogramme des paires de galaxies en fonction de leur distance radiale et parallèle à la ligne de visée. On voit apparaître les deux effets que l'on vient de décrire, aux grandes et petites échelles.

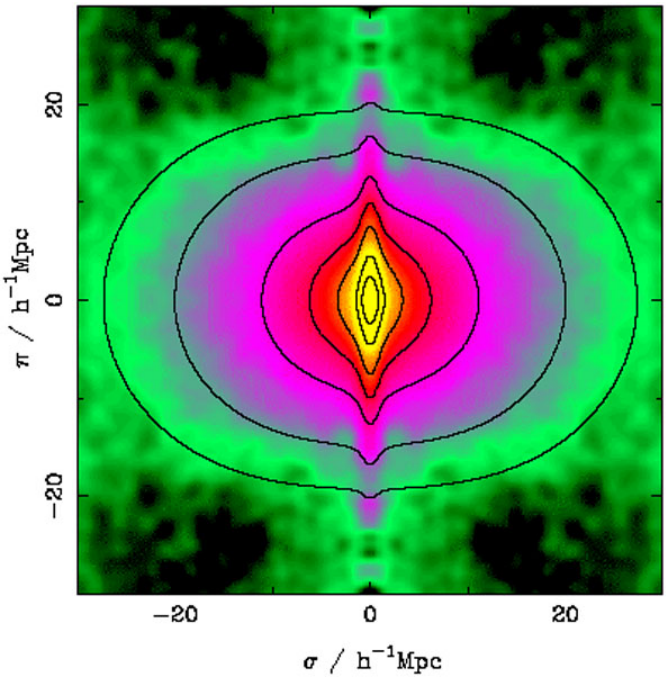


FIGURE 2.5 – Fonction de corrélation des galaxies du relevé 2dFGRS. Les paires de galaxies sont comptées en fonction de leur distance radiale σ et parallèle π à la ligne de visée. Credit : PEACOCK et al. 2001

Puisque l'espace des *redshifts* n'est qu'une déformation de l'espace réel, la quantité de matière est conservée, on peut écrire

$$[1+\delta(\mathbf{x}_{\rm obs})]\, d^3\mathbf{x}_{\rm obs} = [1+\delta(\mathbf{x})]\, d^3\mathbf{x}_{\rm cos}, \tag{2.107}$$

et en coordonnées sphériques

$$[1+\delta(\mathbf{x}_{\rm obs})]\, r^2_{\rm obs} dr_{\rm obs} d\Omega = [1+\delta(\mathbf{x})]\, r^2_{\rm cos} dr_{\rm cos} d\Omega, \tag{2.108}$$

où la partie angulaire $d\Omega$ n'est pas modifiée puisque les vitesses ont un effet uniquement sur la ligne de visée. On obtient alors

$$1+\delta(\mathbf{x}_{\rm obs}) = [1+\delta(\mathbf{x})]\, \frac{r^2_{\rm cos}}{r^2_{\rm obs}} \frac{dr_{\rm cos}}{dr_{\rm obs}} \tag{2.109}$$

$$= [1+\delta(\mathbf{x})] \left(1+\frac{v_\parallel}{aHr}\right)^{-2} \left(1+\frac{1}{aH}\frac{\partial}{\partial r_{\rm cos}} v_\parallel\right)^{-1}. \tag{2.110}$$

Au premier ordre on a

$$1+\delta(\mathbf{x}_{\rm obs}) = [1+\delta(\mathbf{x}_{\rm cos})] \left(1-2\frac{v_\parallel}{aHr}\right)\left(1-\frac{1}{aH}\frac{\partial}{\partial r_{\rm cos}} v_\parallel\right). \tag{2.111}$$

Spectre de puissance des galaxies

Le terme $v_\parallel / aH$ de l'Eq. 2.111 correspond au déplacement spatial dû à la vitesse. Il est en général assez faible, de l'ordre de ~ 10 Mpc.h^{-1}. Aux grandes échelles, on peut le négliger pour obtenir, toujours au premier ordre

$$\delta(\mathbf{x}_{\rm obs}) = \delta(\mathbf{x}_{\rm cos}) - \frac{1}{aH}\frac{\partial}{\partial r_{\rm cos}} v_\parallel(\mathbf{x}_{\rm cos}). \tag{2.112}$$

On peut passer en Fourier

$$\delta_{m,\rm obs}(\mathbf{k}) = \delta_m(\mathbf{k}) - \frac{i}{aH}\int d^3\mathbf{x} e^{-i\mathbf{k}.\mathbf{x}} \frac{\partial}{\partial r_{\rm cos}} v_\parallel(\mathbf{x}). \tag{2.113}$$

On peut utiliser l'Eq. 2.70 pour obtenir

$$\delta_{m,\rm obs}(\mathbf{k}) = \delta_m(\mathbf{k}) - if\int d^3\mathbf{x} e^{-i\mathbf{k}.\mathbf{x}} \frac{\partial}{\partial r_{\rm cos}} \left[\int \frac{d^3\mathbf{k}'}{(2\pi)^3}\frac{\mathbf{k}'.\hat{\mathbf{x}}}{k'^2}\theta(\mathbf{k}')e^{i\mathbf{k}'.\mathbf{x}}\right] \tag{2.114}$$

$$= \delta_m(\mathbf{k}) + f\int d^3\mathbf{x} e^{-i\mathbf{k}.\mathbf{x}} \int \frac{d^3\mathbf{k}'}{(2\pi)^3}\frac{(\mathbf{k}'.\hat{\mathbf{x}})^2}{k'^2}\theta(\mathbf{k}')e^{i\mathbf{k}'.\mathbf{x}}. \tag{2.115}$$

On utilise souvent l'approximation appelée du "plan parallèle". Cette approximation suppose que si on travaille dans un espace du ciel restreint en taille angulaire, tel que la distance angulaire entre les objets est négligeable par rapport à leur distance radiale, on peut écrire $\hat{\mathbf{x}} \simeq \mathbf{e}_z$. On a alors

$$\delta_{m,\rm obs}(\mathbf{k}) = \delta_m(k) + f\int \frac{d^3\mathbf{k}'}{(2\pi)^3}\frac{(\mathbf{k}'.\mathbf{e_z})^2}{k'^2}\theta(\mathbf{k}')e^{i\mathbf{k}'.\mathbf{x}}\int d^3\mathbf{x} e^{-i(\mathbf{k}-k').\mathbf{x}} \tag{2.116}$$

$$= \delta_m(k) + f\int d^3\mathbf{k}'\frac{(\mathbf{k}'.\mathbf{e_z})^2}{k'^2}\theta(\mathbf{k}')e^{i\mathbf{k}'.\mathbf{x}}\delta_D(\mathbf{k}-\mathbf{k}') \tag{2.117}$$

$$= \delta_m(k) + f\theta(\mathbf{k})(\hat{\mathbf{k}}.\mathbf{e}_z)^2. \tag{2.118}$$

En posant $\mu_\mathbf{k} = \hat{\mathbf{k}}.\mathbf{e}_z$ on a

$$\delta_{m,\rm obs}(\mathbf{k}) = \delta_m(\mathbf{k}) + f\mu_\mathbf{k}^2\theta(\mathbf{k}). \tag{2.119}$$

L'effet des vitesses particulières est donc d'ajouter un terme anisotrope au champ de fluctuation de la matière. On va voir que c'est en fait la mesure de cette anisotropie qui permet de mesurer f indirectement.

La distribution de matière est souvent observée à l'aide de celle des galaxies. Ces deux distributions ne sont pas identiques et la relation entre celles-ci est l'objet d'étude de l'expansion des biais (DESJACQUES et al. 2018). La relation la plus simple est de supposer un biais linéaire $\delta_g = b\delta_m$, on écrit alors

$$\delta_{g,\rm obs}(\mathbf{k}) = b\delta_m(\mathbf{k}) + f\mu_\mathbf{k}^2\theta(\mathbf{k}). \tag{2.120}$$

On a alors le spectre de puissance de la distribution des galaxies

$$P_{gg,\mathrm{obs}}(\mathbf{k}) = b^2 P_{\delta\delta}(k) + 2 f b \mu_{\mathbf{k}}^2 P_{\theta\delta}(k) + f^2 \mu_{\mathbf{k}}^4 P_{\theta\theta}(k). \tag{2.121}$$

On peut commenter que l'Eq. 2.121 en régime linéaire se simplifie à

$$P_{gg,\mathrm{obs}}(\mathbf{k}) = b^2 \left(1 + \beta \mu_{\mathbf{k}}^2\right)^2 P_{\delta\delta}(\mathbf{k}), \tag{2.122}$$

où $\beta = f/b$. Ces résultats restent valides seulement dans l'approximation du "plan parallèle", un développement d'ordre supérieur est proposé dans LAI et al. 2023. La partie non linéaire des distorsions est généralement modélisée par une fonction F telle que

$$P_{gg,\mathrm{obs}}(\mathbf{k}) = b^2 \left(1 + \beta \mu_{\mathbf{k}}^2\right)^2 P_{\delta\delta}(\mathbf{k}) F(k\sigma_v \mu_{\mathbf{k}}), \tag{2.123}$$

où σ_v est un paramètre de nuisance lié à la dispersion des vitesses et doit être déterminé. Une forme commune pour F est (SONG et PERCIVAL 2009)

$$F\left(k\sigma_v \mu_{\mathbf{k}}\right) = \frac{1}{1 + \left(k\sigma_v \mu_{\mathbf{k}}\right)^2}. \tag{2.124}$$

Une autre paramétrisation utilisée est (PEACOCK et DODDS 1994)

$$F\left(k\sigma_v \mu_{\mathbf{k}}\right) = e^{-(k\sigma_v \mu_{\mathbf{k}})^2}. \tag{2.125}$$

On peut noter que ces deux paramétrisations sont empiriques et restent imparfaites dans la description des non-linéarités (SCOCCIMARRO 2004).

Résultats actuels pour $f\sigma_8$ et prévisions pour les futurs relevés

Les distorsions de l'espace des *redshifts* ont été très utilisées pour mesurer $f\sigma_8$ jusqu'à maintenant. Parmi les mesures existantes on peut citer celles des relevés WiggleZ (BLAKE et al. 2011), 6dFGRS (BEUTLER et al. 2012), SDSS-II (SAMUSHIA et al. 2012), SDSS-MGS (HOWLETT et al. 2015), FastSound (OKUMURA et al. 2016), VIPERS (PEZZOTTA et al. 2017 ; TORRE et al. 2017), SDSS-III BOSS (BEUTLER et al. 2017 ; GRIEB et al. 2017 ; SÁNCHEZ et al. 2017 ; SATPATHY et al. 2017) et SDSS-IV eBOSS (BAUTISTA et al. 2020 ; GIL-MARÍN et al. 2020 ; MATTIA et al. 2021 ; TAMONE et al. 2020 ; HOU et al. 2020 ; NEVEUX et al. 2020). On a représenté ces mesures sur la Fig. 2.6. On observe que les mesures sont, en majorité, compatibles avec le modèle standard GR + ΛCDM.

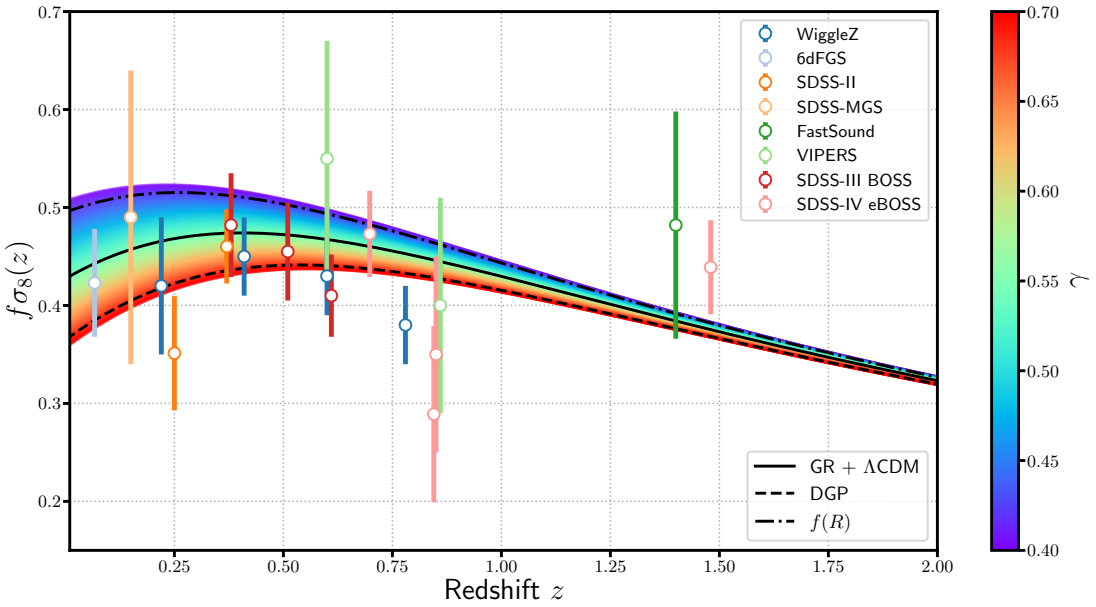


FIGURE 2.6 – Mesures de $f\sigma_8$ à l'aide des distorsions de l'espace des *redshifts*. On a représenté les valeurs de $f\sigma_8$ pour différentes valeurs de γ. En trait plein, la valeur de $f\sigma_8$ attendue pour le modèle standard RG + ΛCDM. En ligne pointillée des exemples de valeurs de $f\sigma_8$ pour les modèles de gravité modifiée DGP(LINDER et CAHN 2007) et $f(R)$(TSUJIKAWA et al. 2009).

Sur la Fig. 2.7 on a tracé les prévisions pour les mesures RSD des futurs relevés DESI (DESI COLLABORATION et al. 2016) et Euclid (AMENDOLA et al. 2018a).

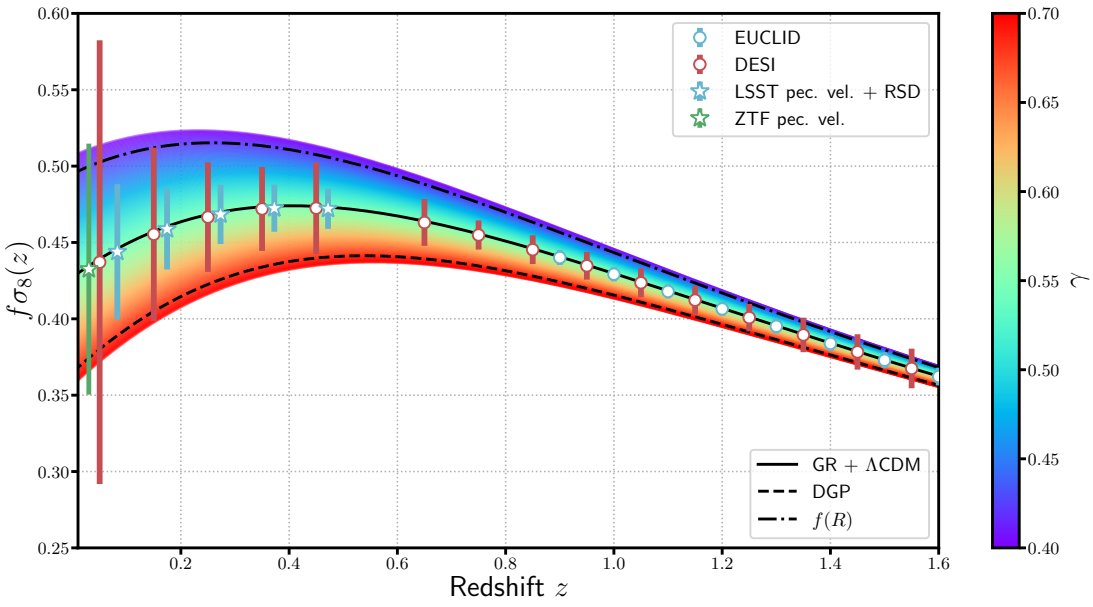


FIGURE 2.7 – Prévisions pour la mesure de $f\sigma_8$ avec les RSD des relevés DESI (en vert) et Euclid (en rouge).

On peut commenter que la précision des mesures RSD à haut *redshift* va permettre d'obtenir une erreur sur $f\sigma_8$ de l'ordre de ~ 1%. Cette précision diminue à bas *redshift* car l'estimation de la fonction de corrélation demande une grande statistique et le nombre de galaxies diminue avec le *redshift* par effet de volume. Dans la suite nous verrons qu'à bas *redshift* le champ de vitesse peut être directement mesuré à l'aide d'une mesure de *redshift* et d'un indicateur de distance comme par exemple les SNe Ia.

3 Supernovae de type Ia : chandelles standards et traceurs directs du champ de vitesses

Les supernovae de type Ia, en plus d'être des phénomènes astrophysiques remarquables, font partie des sondes majeures de la cosmologie. Leurs propriétés permettent des mesures de distance précises qui sont utilisées pour nous informer sur le contenu de l'Univers à travers la construction d'un diagramme de Hubble. Avec l'arrivée de nouveaux relevés, la statistique des SNe Ia atteint des niveaux suffisants pour ouvrir la porte à de nouvelles utilisations de ces sondes, telle que l'étude du champ de vitesse des structures de matières. Dans la Sec. 3.1, on présente les supernovae et leurs propriétés. Ensuite, dans la Sec. 3.2, on explique comment on construit un diagramme de Hubble avec les SNe Ia. Dans la Sec. 3.3, on voit comment le diagramme de Hubble est utilisé pour contraindre la cosmologie. Enfin, dans la Sec. 3.4, on montre comment on peut utiliser les SNe Ia pour estimer le champ de vitesse des structures de matière.

3.1 Les supernovae

Les supernovae sont des explosions d'étoiles en fin de vie. Parmi tous les types de supernovae (SNe), celles de type Ia (SNe Ia) sont parmi les plus lumineuses. À son pic, la luminosité d'une SN Ia est comparable à celle de sa galaxie hôte. De plus, on observe que la luminosité intrinsèque varie peu d'une SN Ia à une autre. Dans la suite nous allons voir comment les propriétés des SNe Ia permettent de mesurer des distances et comment, une fois associées à la mesure du *redshift* de leurs hôtes, les SNe Ia sont utilisées comme de précises sondes cosmologiques.

3.1.1 Différents types de supernovae

La classification des supernovae est empirique, basée sur les caractéristiques de leur spectre lumineux. Celui des SNe Ia se distingue par la présence d'une raie d'absorption du silicium et l'absence d'hydrogène. Ces supernovae sont causées par l'explosion thermonucléaire d'une naine blanche. Elles sont les plus lumineuses. Les autres supernovae (Ib, Ic, II) sont provoquées par l'effondrement gravitationnel du cœur de l'étoile (*core collapse*).

3.1.2 Les supernovae de type Ia

Les étoiles progénitrices des SNe Ia sont des naines blanches. Les naines blanches sont des étoiles très denses. L'équilibre des naines blanches est assuré par la pression de dégénérescence des électrons qui permet de compenser la gravité. En 1931, Subrahmanyan Chandrasekhar démontre qu'il existe une masse critique, $M_{Ch} \sim 1.5\ M_{\odot}$, au-delà de laquelle la pression de dégénérescence ne compense plus la gravité. L'accrétion progressive de matière d'une étoile compagnon par la naine blanche permet d'atteindre cette masse critique. Il se produit alors une explosion thermonucléaire suivie d'une déflagration, on parle de supernova. La nature de l'étoile compagnon est encore débattue : il se pourrait que la naine blanche accrète la matière d'une étoile compagnon non-dégénérée (géante rouge, par exemple) ou bien que l'étoile compagnon soit aussi une naine blanche et qu'elles fusionnent.

3.1.3 Chandelles *standard*

Les chandelles standards sont des objets astrophysiques dont la luminosité intrinsèque est identique. On observe que la luminosité intrinsèque des SNe Ia est peu dispersée autour d'une valeur moyenne L. Pour être plus précis, on verra dans la Sec. 3.3.1 que cette dispersion peut être réduite grâce à la détermination empirique entre les caractéristiques des SNe Ia et leur luminosité intrinsèque, on parlera alors de chandelles standardisables. Pour des chandelles standards la mesure du flux F permet de déduire une mesure de la distance de luminosité d_L,

$$d_L = \sqrt{\frac{L}{4\pi F}}. \tag{3.1}$$

Nous avons vu dans la Sec. 1.1.3 que la mesure de distances de luminosité associées à celle des *redshifts* correspondants, permet de retracer l'histoire de l'expansion de l'univers. Celle-ci est représentée graphiquement dans un diagramme de Hubble.

Parmi les supernovae, il semble que seules les SNe Ia puissent être utilisées comme chandelles *standards*[1]. On veut donc pouvoir identifier et rejeter les autres types de supernovae. L'analyse de leur spectre permet une identification presque sans faute mais est très gourmande en temps de télescope. La classification à l'aide des courbes de lumière photométriques est moins gourmande en temps d'observation mais aussi moins fiable.

1. Certains travaux semblent montrer que les SNe II peuvent aussi être standardisées (DE JAEGER et al. 2020)

3.2 Construction du diagramme de Hubble des SNe Ia

Le diagramme de Hubble retrace l'histoire de l'expansion de l'univers. Chaque point du diagramme est une paire *redshift*-module de distance (z, μ). Le *redshift* est mesuré grâce au spectre de la galaxie hôte de la SN Ia. Dans cette section, ainsi que dans les suivantes, certaines propriétés des SNe Ia et de leur diagramme de Hubble sont illustrées à l'aide des données préliminaires de la DR2 de ZTF. Le relevé ZTF est plus amplement décrit dans le Chap. 4.

3.2.1 Photométrie

Les SNe Ia sont observées dans plusieurs intervalles de longueur d'onde à l'aide d'un télescope muni de filtres et d'une caméra.

Le spectre d'émission (ou densité de flux) d'une SN Ia $\phi(\lambda, t)$, représente la puissance émise par unité de longueur d'onde à un temps t. On préfère utiliser la phase p qui est donnée par $p = t - t_0$ avec t_0 un temps de référence, généralement pris comme celui au pic de luminosité. La luminosité totale $L(p)$, homogène à une puissance, d'une SN Ia est donnée par

$$L(p) = \int_0^{+\infty} \phi(p, \lambda) d\lambda, \tag{3.2}$$

et le nombre de photons émis par unité de temps est

$$N(p) = \int_0^{+\infty} \phi(p, \lambda) \frac{\lambda}{hc} d\lambda. \tag{3.3}$$

On peut écrire la luminosité dans un filtre b de transmission $T_b(\lambda)$

$$L_b(p) = \int_0^{+\infty} \phi(p, \lambda) T_b(\lambda) d\lambda, \tag{3.4}$$

et le nombre de photons associé

$$N_b(p) = \int_0^{+\infty} \phi(p, \lambda) \frac{\lambda}{hc} T_b(\lambda) d\lambda. \tag{3.5}$$

Les SNe Ia observées sont situées à des distances comobiles de plusieurs centaines de Mpc de la Terre. À cause de l'expansion de l'univers, la phase p et la longueur d'onde λ observées, p_{obs} et λ_{obs}, sont différentes de celles dans le référentiel propre de la supernovae p_s et λ_s. On a la relation

$$p_{\text{obs}} = p_s(1 + z) \tag{3.6}$$

$$\lambda_{\text{obs}} = \lambda_s(1 + z), \tag{3.7}$$

où z est le redshift de la SN Ia. Le flux reçu par un observateur sur Terre au travers

d'un filtre situé dans son référentiel est donné par

$$F(p_{\rm obs};T_b)=\frac{1}{4\pi d_L^2}\int_0^{+\infty}\phi\left(\frac{p_{\rm obs}}{1+z},\lambda_s\right)T_b\left(\lambda_s\left(1+z\right)\right)d\lambda_s, \tag{3.8}$$

et le nombre de photons reçus par unité de temps et de surface est finalement donné par

$$S(p_{\rm obs};T_b)=\frac{1+z}{4\pi d_L^2}\int_0^{+\infty}\phi\left(\frac{p_{\rm obs}}{1+z},\lambda_s\right)\frac{\lambda_s}{hc}T_b\left(\lambda_s\left(1+z\right)\right)d\lambda_s. \tag{3.9}$$

En pratique, les appareils de mesure ne permettent pas d'obtenir directement le flux ou le compte de photons. Les photons reçus par le détecteur sont convertis en électrons par effet photo-électrique. Après amplification on obtient le signal que l'on observe dans une unité appelée ADU (*Analog Digital Units*) et qui est propre à l'instrument. On peut obtenir ce signal en modifiant la fonction de transmission T_b pour qu'elle prenne en compte la transmission de l'instrument et que l'amplitude du signal soit donné en ADU. La courbe qui représente l'évolution du signal en fonction du temps est appelée la courbe de lumière.

Dans la figure 3.1, on montre trois exemples de courbes de lumière de SN Ia observées par ZTF dans trois filtres g, r et i (Voir Chap. 4), à des *redshift* différents.

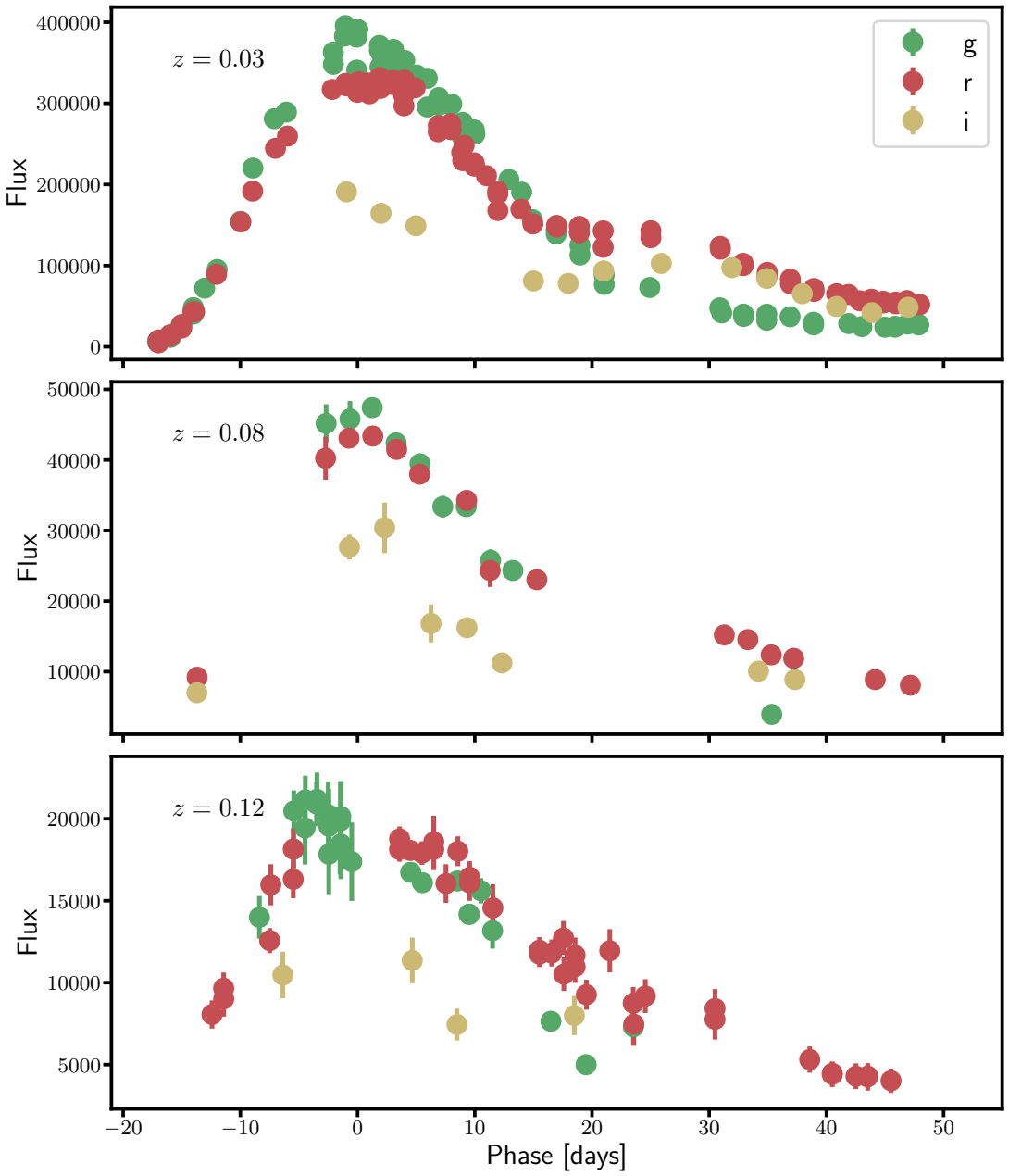


FIGURE 3.1 – Courbes de lumière pour trois SNe Ia de la DR2 du relevé ZTF à trois redshifts différents.

3.2.2 Système de magnitude

La magnitude bolométrique (c.-à-d. indépendante de la longueur d'onde) correspondant à un flux F observé est

$$m = -2.5 \log_{10}\left(\frac{F}{F_{\text{ref}}}\right), \tag{3.10}$$

où F_{ref} est le flux d'une source de référence. On appelle point-zéro du système de magnitude la quantité

$$ZP = 2.5\log_{10}(F_{\text{ref}}), \tag{3.11}$$

qui permet de récrire 3.10 comme

$$m = -2.5\log_{10}(F) + ZP. \tag{3.12}$$

On peut remarquer que c'est la mesure du point-zéro pour des étoiles dont le flux de photons est connu qui permet de passer du système d'unité ADU à un flux de photons. Dans une bande b particulière on peut noter la magnitude

$$m_b = -2.5\log_{10}(F_b) + ZP_b. \tag{3.13}$$

où F_b est le flux au travers de cette bande et ZP_b est calculé à partir du flux de référence dans cette même bande.

La magnitude peut aussi être définie avec le nombre de photons reçus S en corrigeant pour le facteur $(1+z)$

$$m = -2.5\log_{10}\left(\frac{S}{(1+z)S_{\text{ref}}}\right) \tag{3.14}$$

où S_{ref} est le nombre de photons reçus depuis une source de référence à $z = 0$.

Historiquement c'est l'étoile Vega qui a été utilisée comme source de référence, aujourd'hui on utilise communément le système de magnitude AB qui se base sur une source de densité spectrale $\phi_{AB}(\nu) = 3631$ Jy (1 Jy = 10^{-26} W.m^{-2}.Hz^{-1}).

Une définition importante pour la cosmologie avec les SNe Ia est celle de la magnitude absolue à 10 pc. Elle représente la magnitude mesurée par un observateur placé à 10 pc de l'étoile.

$$M = -2.5\log\left(\frac{L}{4\pi(10\text{ pc})^2}\right) + ZP. \tag{3.15}$$

Cette magnitude est indépendante du modèle cosmologique et ne dépend que de L pour des SNe Ia considérées comme chandelles standards.

3.2.3 Le module de distance

Puisque les SNe Ia se trouvent à différents *redshifts*, les photons observés dans un filtre du télescope n'ont pas été émis dans la même bande spectrale dans le référentiel de la SN Ia. Il nous faut une observable pour laquelle l'intégrale sur λ_s est indépendante du *redshift*. Le flux reçu au travers d'une bande arbitraire b placée dans

le référentiel de la SN Ia s'écrit

$$F_b(p_{\rm obs};z) = \frac{1}{4\pi d_L^2}\int_0^{+\infty}\phi\left(\frac{p_{\rm obs}}{1+z},\lambda_s\right)T_b(\lambda_s)\,d\lambda_s \tag{3.16}$$

$$= \frac{L_b\left(\frac{p_{\rm obs}}{1+z}\right)}{4\pi d_L^2}. \tag{3.17}$$

On peut y associer la magnitude

$$m_b(p_{\rm obs};z) = -2.5\log_{10}\left(\frac{L_b\left(\frac{p_{\rm obs}}{1+z}\right)}{4\pi d_L^2}\right) + ZP_b. \tag{3.18}$$

La magnitude absolue à 10 pc des SNe Ia dans une bande b est donnée par

$$M_b(p_{\rm obs};z) = -2.5\log_{10}\left(\frac{L_b\left(\frac{p_{\rm obs}}{1+z}\right)}{4\pi(10\ {\rm pc})^2}\right) + ZP_b \tag{3.19}$$

On définit alors le module de distance μ comme

$$\mu = m - M \tag{3.20}$$

$$= m_b - M_b \tag{3.21}$$

$$= 5\log_{10}\left(\frac{d_L}{10\ {\rm pc}}\right). \tag{3.22}$$

Le module de distance est indépendant de la bande utilisée et peut être exprimé analytiquement dans le cadre d'un modèle cosmologique.

Les quantités définies dans cette section constituent les éléments de base pour tracer le diagramme de Hubble.

3.2.4 Diagramme de Hubble simple

L'observation de la courbe de lumière de la SN Ia dans plusieurs bandes permet d'inférer sa magnitude au maximum de luminosité ($p_{\rm obs} = 0$) dans une bande de référence (on utilise par convention la bande Bessel-B) placée dans son référentiel $m_B \equiv m_B(p=0)$ (En général on mesure m_B à une constante additive près, voir Sec. 3.3 pour les détails de la méthode). On peut alors mesurer le module de distance μ à la constante M_B près et qui devra être ajustée (Voir Sec. 3.3). Si, de plus, on connaît le *redshift* z de la supernova, on peut comparer la prédiction théorique $\mu(z)$ à celle mesurée $\mu = m_B - M_B$.

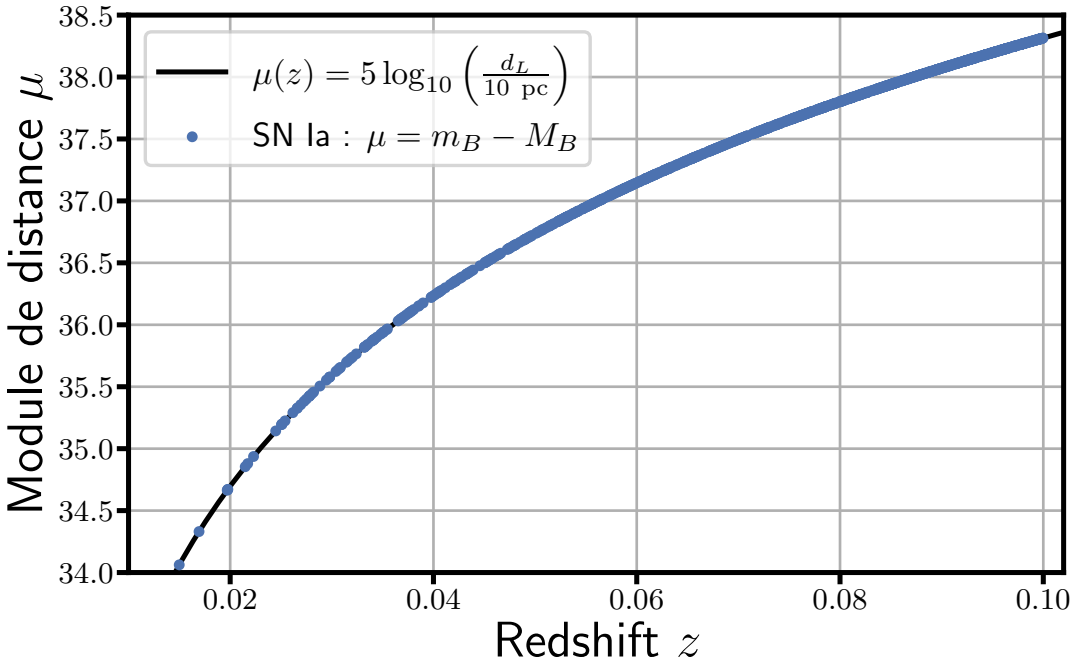


FIGURE 3.2 – Diagramme de Hubble *simple* des SNe Ia. Dans cette figure les SNe Ia sont considérées comme des chandelles parfaitement standards.

Le diagramme de Hubble *simple* de la Fig. 3.2 est tracé dans un cas parfait, sans erreurs de mesure, et où les SNe Ia sont des chandelles parfaitement *standards*.

3.3 Des données aux contraintes cosmologiques

La section précédente présente une construction simple du diagramme de Hubble. Ici, nous allons détailler les étapes qui, depuis l'observation des courbes de lumière permettent la contrainte de paramètres cosmologiques.

3.3.1 Standardisation

Comme indiqué en Sec. 3.1.3, il existe une variabilité de la luminosité entre chaque SN Ia. Cette dispersion des luminosités des SNe Ia est de l'ordre de ~ 0.4 mag. En 1993 Phillips montre qu'il existe une corrélation entre la luminosité maximum des SNe Ia et le temps de déclin de leur courbe de lumière : les SNe Ia les plus lumineuses ont une courbe de lumière plus large (PSKOVSKII 1977 ; PHILLIPS 1993). À la suite de ces observations, Tripp montre une nouvelle corrélation entre la luminosité au maximum et la mesure de couleur de la supernova : les supernovae les plus bleues sont les plus lumineuses (TRIPP 1998). Ces corrélations (Fig. 3.3) sont prises en compte pour diminuer les variations des magnitudes absolues des SNe Ia en introduisant deux

paramètres de correction linéaire dans la relation de Tripp

$$M^* = M - \alpha x_1 + \beta c, \tag{3.23}$$

où l'on peut distinguer les paramètres communs à toutes les SNe Ia : M la magnitude absolue de la population, α le paramètre de correction linéaire du *stretch* et β le paramètre de correction linéaire pour la couleur des SNe Ia ; et les variables propres à chacune des SNe Ia : M^* la magnitude absolue d'une supernova, x_1 son paramètre de largeur [2] (*stretch*) et c sa couleur.

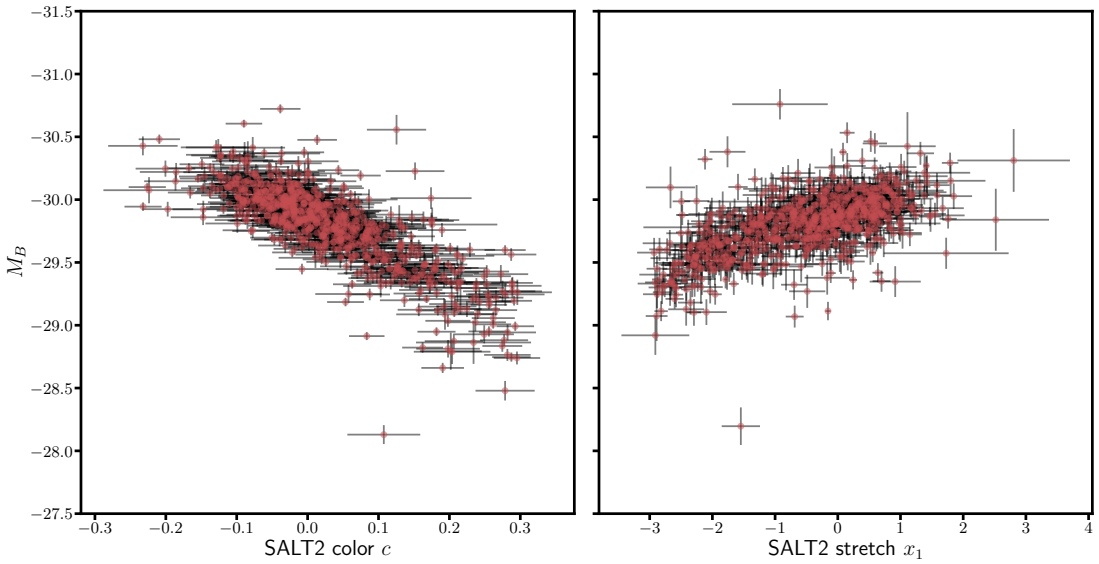


FIGURE 3.3 – Corrélation entre la luminosité intrinsèque et les paramètres de couleur c et de largeur x_1 de la courbe de lumière. À gauche, on voit que plus la SN Ia est bleue plus elle est brillante. À droite, on voit que plus la courbe de lumière est large plus elle est brillante.

Il existe différents modèles pour obtenir les paramètres de *stretch* et de couleur d'une SN Ia. Le modèle qui a été le plus utilisé et testé jusqu'à maintenant est le modèle SALT2 (GUY et al. 2007 ; GUY et al. 2010) qui va être détaillé dans la section suivante.

D'autres corrélations, entre la luminosité et l'environnement des SNe Ia sont connues et investiguées. Par exemple, on observe une corrélation de la magnitude avec la masse de l'hôte (Fig. 3.4) (SULLIVAN et al. 2010). Des travaux récents comparent

2. Le paramètre de largeur a varié au cours du temps : PHILLIPS 1993 utilise Δm_{15} qui décrit la diminution de luminosité d'une SN Ia 15 jours après son maximum dans la bande Bessel-B, dans PERLMUTTER et al. 1997 le paramètre de *stretch* s est introduit, il correspond directement à un coefficient de la largeur temporelle de la courbe de lumière, la phase corrigée du *stretch* est $p_s = p/s$, le modèle SALT de GUY et al. 2005conserve ce paramètre, dans GUY et al. 2007 le modèle SALT2 adopte une nouvelle paramètrisation avec le coefficient d'expansion autour du spectre moyen x_1.

différentes observables de l'environnement et leur corrélation avec la magnitude des SNe Ia (BRIDAY et al. 2022).

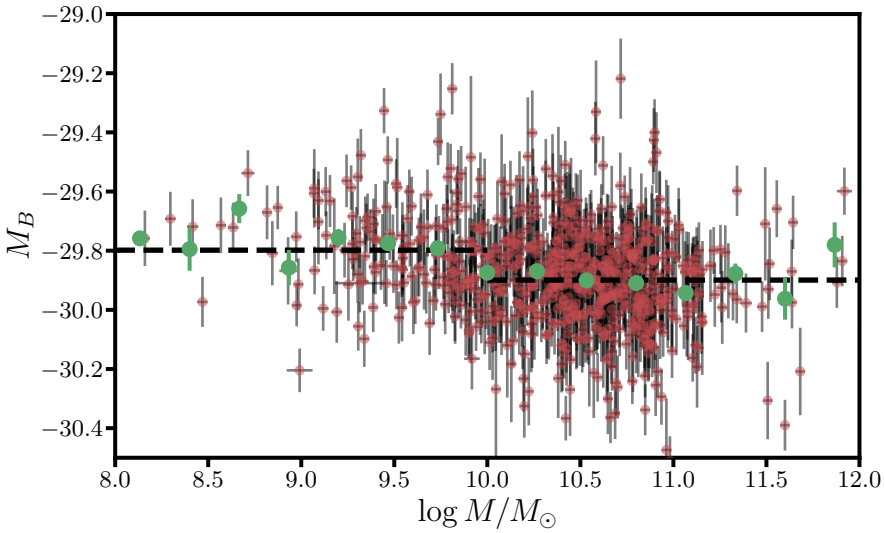


FIGURE 3.4 – Corrélation entre la magnitude des SNe Ia et la masse de leur hôte dans les données de la DR2 de ZTF.

3.3.2 Le modèle SALT2

Le modèle SALT2 est un modèle spectro-temporel pour les SNe Ia. Son principe repose sur une expansion d'ordre un de la densité de flux des SNe Ia. La densité de flux ϕ d'une SN Ia est exprimée

$$\phi(p_s,\lambda_s) \propto x_0 \left[M_0\left(\lambda_s,p_s\right) + x_1 M_1\left(\lambda_s,p_s\right)\right] e^{cCL(\lambda_s)} \tag{3.24}$$

$$\propto x_0 \phi_{x_1,c}(p_s,\lambda_s), \tag{3.25}$$

où p_s désigne la phase de la courbe de lumière par rapport au temps t_0 du maximum de luminosité et λ_s la longueur d'onde. Les fonctions $M_0(p_s,\lambda_s)$ et $M_1(p_s,\lambda_s)$ sont, respectivement, le spectre moyen et une variation de ce spectre à l'ordre 1. Ces deux fonctions dépendent de la phase (dépendance temporelle) et de la longueur d'onde. Le paramètre x_1 peut alors être considéré comme un coefficient du premier ordre de cette expansion. $CL(\lambda_s)$ est une fonction d'extinction liée à la couleur c de la SN Ia. Enfin, x_0 est un facteur de normalisation qui décrit l'amplitude du spectre.

Les fonctions M_0, M_1 et CL sont déterminées lors d'un entraînement sur des données spectrométriques et photométriques. Une fois ces fonctions obtenues on dispose d'un modèle spectro-temporel paramétré pour les SNe Ia qui peut être utilisé pour obtenir, par ajustement, les paramètres t_0, x_0, x_1 et c de n'importe quel autre jeu de données observationnelles d'une SN Ia. La Fig. 3.5 montre le modèle obtenu après entraînement dans BETOULE et al. 2014.

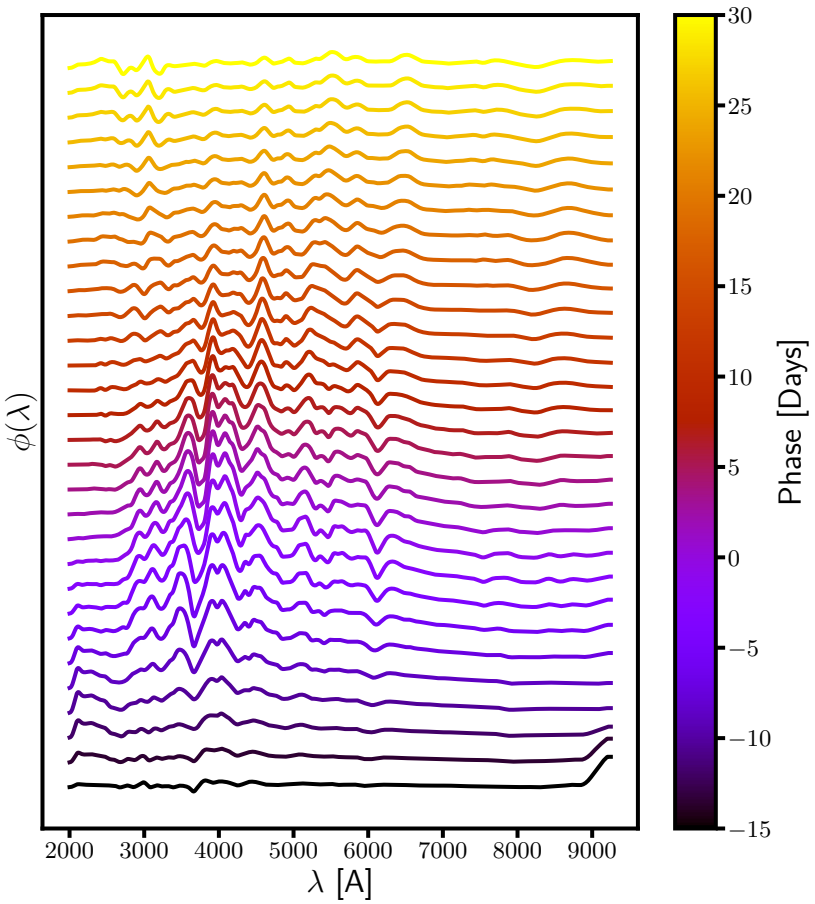


FIGURE 3.5 – Modèle de spectre SALT2 pour $x_1 = 0$ et $c = 0$ pour plusieurs valeurs de la phase par rapport au pic de luminosité.

En pratique, on compare les données photométriques, c'est-à-dire une quantité proportionnelle au nombre de photons $S(p_{\text{obs}})$ décrit dans l'équation 3.9, avec la prédiction du modèle

$$S_{\text{SALT}}(p_{\text{obs}}; T_b) = (1+z)x_0 \int_0^{+\infty} \phi_{x_1,c}(p_s, \lambda_s)\, T_b\,(\lambda_s\,(1+z))\, \frac{\lambda_s}{hc} d\lambda_s. \tag{3.26}$$

afin d'ajuster les paramètres t_0, x_0, x_1 et c. Cet ajustement est souvent fait en minimisant un χ^2

$$\chi^2_{SALT} = \sum_i \left(\frac{S_{\text{obs},i} - S_{\text{SALT}}(p_{\text{obs},i}\,(t_0)\,, T_{b,i}; x_0, x_1, c)}{\sigma_i} \right)^2. \tag{3.27}$$

où $S_{\text{obs},i}$ et σ_i sont respectivement le nombre de photons observés et l'erreur sur cette mesure.

À la suite de cet ajustement on obtient les paramètres $t_{0,i}$, $x_{0,i}$, $x_{1,i}$ et c_i de chaque

SN Ia ainsi que la matrice de covariance de x_0, x_1 et c

$$C_{\mathrm{SALT},i} = \begin{pmatrix} \sigma^2_{x_0,i} & \mathrm{Cov}_{x_0x_1,i} & \mathrm{Cov}_{x_0c,i} \\ \mathrm{Cov}_{x_0x_1,i} & \sigma^2_{x_1,i} & \mathrm{Cov}_{x_1c,i} \\ \mathrm{Cov}_{x_0c,i} & \mathrm{Cov}_{x_1c,i} & \sigma^2_{c,i}, \end{pmatrix} \tag{3.28}$$

La connaissance des paramètres x_0, x_1 et c nous donne un modèle proportionnel à la densité de flux ϕ de la SN Ia. En identifiant les Eqs. 3.9 et 3.26 on voit que le paramètre x_0 contient l'information cosmologique

$$x_0 \propto d_L^{-2}. \tag{3.29}$$

À l'aide du modèle de densité de flux donné par SALT, on peut calculer le flux au pic de luminosité dans la bande B du référentiel de la SN Ia

$$F_B = x_0 \int_0^{+\infty} \phi_{x_1,c}(0,\lambda_s)\, T_B(\lambda_s) d\lambda_s, \tag{3.30}$$

et sa magnitude, à une constante ZP près,

$$m_B = -2.5 \log_{10}(x_0) + ZP. \tag{3.31}$$

C'est ce dernier paramètre qui est utilisé dans la construction du diagramme de Hubble. Pour obtenir la matrice de covariance de m_B, x_1 et c, on transforme la matrice de covariance

$$C^{(m_B,x_1,c)}_{\mathrm{SALT}} = J C^{(x_0,x_1,c)}_{\mathrm{SALT}} J^T. \tag{3.32}$$

où J est la matrice jacobienne telle que

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial m_B}{\partial x_0} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2.5}{x_0 \ln 10} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \tag{3.33}$$

L'équation du module de distance 3.21 se réécrit

$$\mu = m_B - M_B^* = m_B - (M_B - \alpha x_1 + \beta_c) \tag{3.34}$$

où M_B, α et β sont des constantes communes à toutes les SNe Ia qui doivent être déterminées. On peut faire la remarque que la connaissance de la constante ZP de l'Eq. 3.31 n'est pas nécessaire. Tant que cette constante est commune à toutes les SNe Ia d'un jeu de données elle sera absorbée dans le paramètre libre M_B lors de l'ajustement du diagramme de Hubble (voir Sec. 3.3).

L'erreur du modèle SALT est propagée pour chaque SN Ia de ($m_{B,i}$, $x_{1,i}$, c_i) à μ_i

$$\sigma^2_{\mu,i} = \mathbf{A} C^{(m_B,x_1,c)}_{\mathrm{SALT}} \mathbf{A}^T, \tag{3.35}$$

où le vecteur **A** est tel que

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & \alpha & -\beta \end{pmatrix}. \tag{3.36}$$

La correction à l'aide du modèle SALT2 permet d'atteindre une dispersion de l'ordre de ~ 0.10 mag. La Fig. 3.6 montre la dispersion du diagramme de Hubble des données de ZTF, avant et après la standardisation.

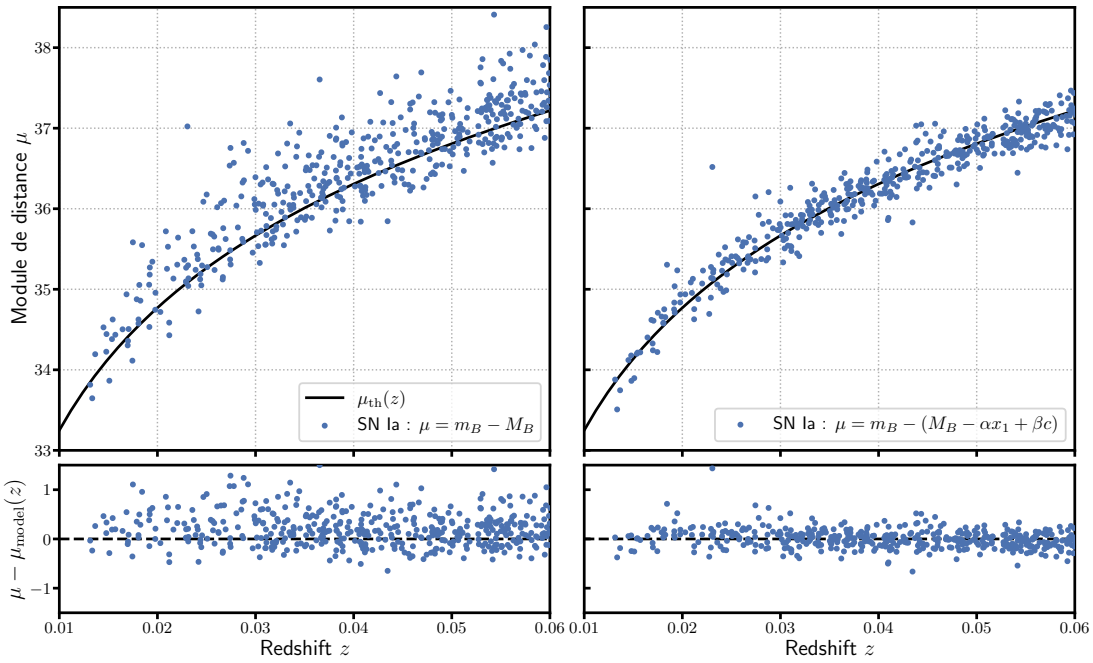


FIGURE 3.6 – Diagramme de Hubble des SNe Ia des données préliminaires de la DR2 de ZTF avant (à droite) et après (à gauche) standardisation.

La dispersion après standardisation, appelée dispersion intrinsèque, peut être modélisée de plusieurs façons. La plus simple est de la considérer comme une variation aléatoire gaussienne de la magnitude avec un écart-type $\sigma_M \sim 0.10$. Des modèles plus poussés montrent qu'une partie de la dispersion est dépendante de la longueur d'onde, les principaux modèles sont G10 (GUY et al. 2010) et C11 (CHOTARD et al. 2011).

3.3.3 Contraintes cosmologiques

Le modèle SALT2 nous permet donc, à l'aide de la mesure d'un flux d'une SN Ia, de modéliser sa densité spectrale par 3 paramètres : une magnitude m_B, le *stretch* x_1 et la couleur c. Ces paramètres sont utilisés pour estimer le module de distance μ (Eq. 3.34). Cependant, cette modélisation contient trois paramètres libres M_B, α et β, non liés au modèle cosmologique. Ce sont des paramètres de "standardisation" qui minimisent la dispersion des distances. Ces paramètres peuvent être considérés comme des paramètres de nuisance dans le cadre d'une analyse cosmologique. On

peut donc noter pour une SN Ia$_i$

$$\mu_i \equiv \mu(m_{B,i}, x_{1,i}, c_i; M_B, \alpha, \beta). \tag{3.37}$$

Pour un *redshift* z donné on a une expression théorique du module de distance μ (Eq. (3.22)). Cette quantité dépend des paramètres cosmologiques $\mathbf{\Omega}$ au travers de la distance de luminosité (Eq. (1.73))

$$\mu_{\mathrm{th},i} = \mu_{\mathrm{th}}(z_i; \mathbf{\Omega}) \tag{3.38}$$

Ces deux expressions peuvent être comparées pour estimer les paramètres cosmologiques en même temps que ceux de nuisance. On peut par exemple minimiser un χ^2 (BETOULE et al. 2014)

$$\chi^2(\mathbf{\Omega}, M_B, \alpha, \beta) = \mathbf{\Delta\mu}^T C^{-1}_{\Delta\mu\Delta\mu} \mathbf{\Delta\mu}, \tag{3.39}$$

où $\mathbf{\Delta\mu}$ est le vecteur de données des $\Delta\mu_i = \mu_i - \mu_{\mathrm{th},i}$ et $C_{\Delta\mu\Delta\mu}$ la matrice de covariance associée. Une autre méthode est d'explorer la fonction de vraisemblance

$$\mathcal{L}(\mathbf{\Omega}, M_B, \alpha, \beta) = (2\pi)^{-\frac{n}{2}} \left| C_{\Delta\mu\Delta\mu} \right|^{-\frac{1}{2}} \exp\left[-\frac{1}{2}\chi^2 \right]. \tag{3.40}$$

La Fig. 3.7 montre l'exemple des contraintes sur le paramètre d'état de l'énergie noire w et la densité de matière Ω_m obtenues dans BETOULE et al. 2014. Cette analyse utilise une méthode de χ^2 semblable à 3.39.

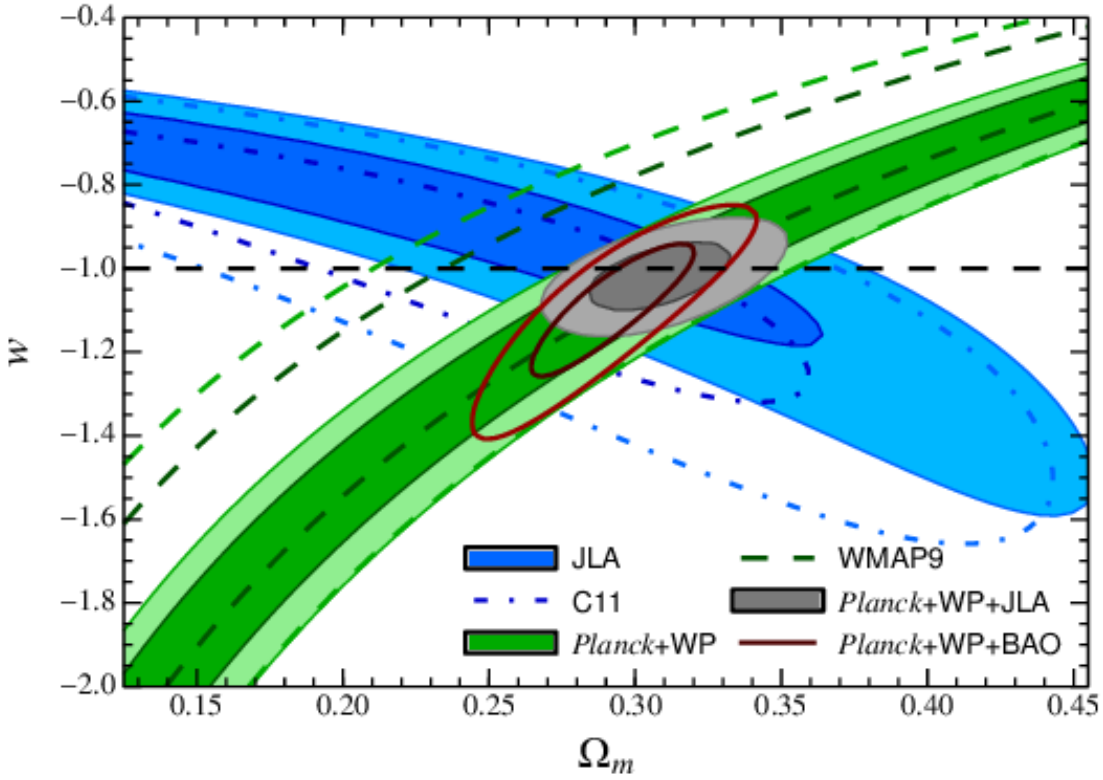


FIGURE 3.7 – Contrainte sur les paramètres d'état de l'énergie noire et densité de matière w-Ω_m, tiré de BETOULE et al. 2014

3.4 Estimation des vitesses à l'aide du diagramme de Hubble des SNe Ia

Dans la Sec. 2.2.1 on a vu que les vitesses particulières modifient le *redshift* observé par effet Doppler relativiste ainsi que, dans une moindre mesure, la distance luminosité. Si on néglige la vitesse de l'observateur, le redshift et le module de distance observé sont donnés par

$$1 + z_{\rm obs} = (1 + z_{\rm cos})(1 + z_p), \tag{3.41}$$

$$\mu_{\rm obs} = \mu_{\rm cos} + 10 \log_{10}\left(1 + z_p\right). \tag{3.42}$$

Sur la Fig. 3.8 on a représenté ces deux effets sur un diagramme de Hubble de SNe Ia. Les SNe Ia dans des galaxies qui viennent vers nous sont décalées à gauche du diagramme, tandis que celles dans des galaxies qui s'éloignent de nous sont décalées vers la droite.

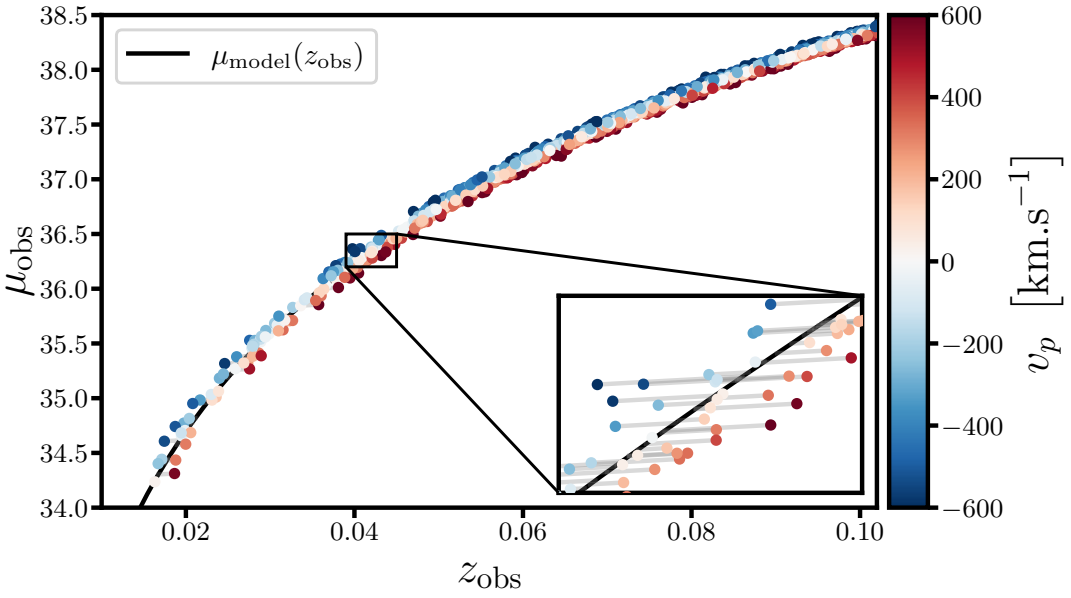


FIGURE 3.8 – Diagramme de Hubble des SNe Ia avec effets des vitesses particulières.

Sur la Fig. 3.9 on a schématisé les différents effets. Si les SNe Ia étaient parfaitement standard et sans vitesse particulière, on observerait le point $(z_{\rm cos}, \mu_{\rm cos})$. L'effet du décalage de Doppler est tracé en rouge, il mène au redshift $z_{\rm obs}$. Combiné avec le faible effet d'aberration relativiste, représenté en jaune, on obtient le point observé $(z_{\rm obs}, \mu_{\rm obs})$. La quantité à laquelle on peut accéder avec le diagramme de Hubble est le résidu qui est la différence entre le module de distance observé et le module de distance de notre modèle cosmologique théorique évalué en $z_{\rm obs}$, cette quantité est tracée en vert.

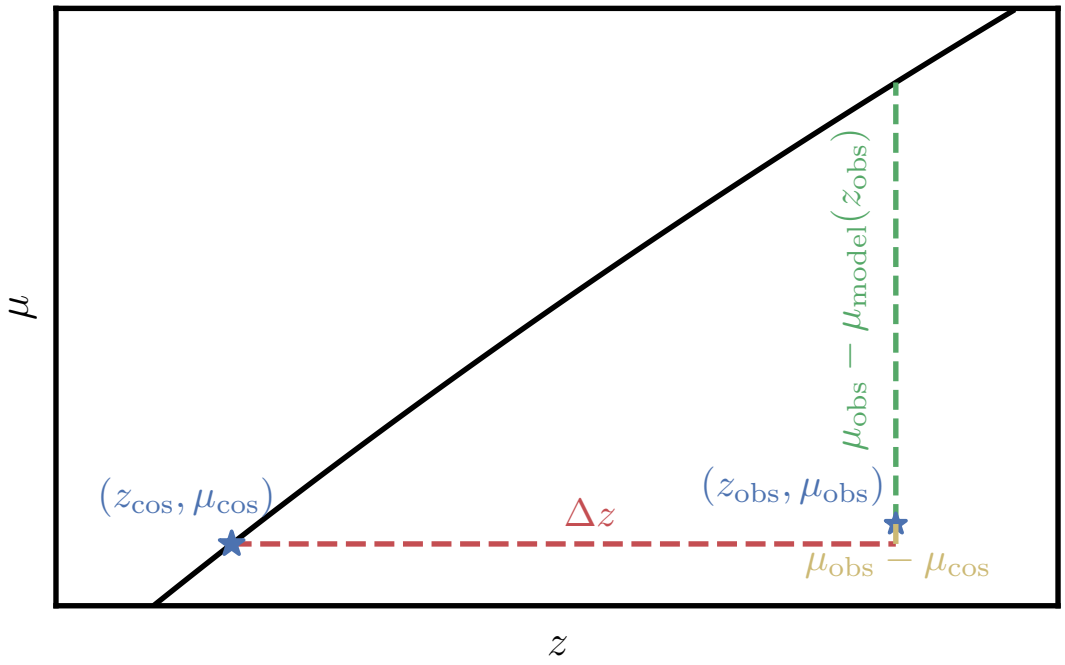


FIGURE 3.9 – Schéma des différents effets des vitesses particulières sur un point du diagramme de Hubble. Le décalage de Doppler est tracé en rouge, l'effet d'aberration relativiste est en jaune. Le résidu du diagramme de Hubble que nous pouvons observer est représenté en vert.

3.4.1 Relation entre les vitesses et les résidus du diagramme de Hubble

On peut trouver une formule pour quantifier l'effet des vitesses particulières sur les résidus du diagramme de Hubble. Les résidus sont donnés par

$$\Delta\mu = \mu_{\rm obs} - \mu_{\rm th}(z_{\rm obs}) = 5\log_{10}\left(\frac{d_{L,\rm obs}}{d_{L,\rm th}(z_{\rm obs})}\right). \tag{3.43}$$

On se place dans le cas où la $d_{L,\rm obs}$ ne diffère de $d_{L,\rm th}$ que par l'effet de la vitesse particulière. La distance de luminosité observée $d_{L,\rm obs}$ présente dans l'Eq.3.43 est alors modélisée en fonction de la vitesse particulière et du modèle cosmologique par

$$d_{L,\rm obs} \equiv (1+z_p)^2 d_{L,\rm th}(z_{\rm cos}). \tag{3.44}$$

La distance de luminosité théorique de l'Eq. 3.43 est évaluée en $z \equiv z_{\rm obs}$ c'est-à-dire que l'on a $z = (1+z_{\rm cos})(1+z_p) - 1$. Puisque l'effet des vitesses est assez faible et au vu de notre précision actuelle sur la mesure du module de distance, on va utiliser un développement en série de Taylor du premier ordre en z_p de $d_{L,\rm th}$. Ce développement

suppose que nous sommes dans le régime $z_p \ll z_{\rm cos}$, on obtient

$$d_{L,\rm th}(z_{\rm obs}) \simeq d_{L,\rm th}(z_{\rm cos}) + \frac{\partial z}{\partial z_p}\frac{\partial d_{L,\rm th}}{\partial z}\bigg|_{z_p=0} z_p \tag{3.45}$$

$$\simeq d_{L,\rm th}(z_{\rm cos}) + (1+z_{\rm cos})\frac{\partial}{\partial z}\left[(1+z)\frac{c}{H_0}\int_0^z \frac{dz'}{E(z')}\right]\bigg|_{z_p=0} z_p \tag{3.46}$$

$$\simeq d_{L,\rm th}(z_{\rm cos}) + (1+z_{\rm cos})\left(\frac{c}{H_0}\int_0^{z_{\rm cos}} \frac{dz'}{E(z')} + (1+z_{\rm cos})\frac{c}{H_0 E(z_{\rm cos})}\right) z_p \tag{3.47}$$

$$\simeq d_{L,\rm th}(z_{\rm cos}) + \left(d_{L,\rm th}(z_{\rm cos}) + \frac{c(1+z_{\rm cos})^2}{H(z_{\rm cos})}\right) z_p \tag{3.48}$$

$$\simeq d_{L,\rm th}(z_{\rm cos})\left[1 + \left(1 + \frac{c(1+z_{\rm cos})}{r(z_{\rm cos})H(z_{\rm cos})}\right) z_p\right] \tag{3.49}$$

En rassemblant les Eqs. 3.44 et 3.49 on a

$$d_{L,\rm th}(z_{\rm obs}) \simeq \frac{d_{L,\rm obs}}{(1+z_p)^2}\left[1 + \left(1 + \frac{c(1+z_{\rm cos})}{r(z_{\rm cos})H(z_{\rm cos})}\right) z_p\right] \tag{3.50}$$

$$\simeq d_{L,\rm obs}\left[(1-2z_p) + \left(1 + \frac{c(1+z_{\rm cos})}{r(z_{\rm cos})H(z_{\rm cos})}\right) z_p\right] \tag{3.51}$$

$$\simeq d_{L,obs}\left[1 + \left(\frac{c(1+z_{\rm cos})}{r(z_{\rm cos})H(z_{\rm cos})} - 1\right) z_p\right]. \tag{3.52}$$

On peut inverser cette équation pour obtenir

$$d_{L,\rm obs} \simeq d_{L,\rm th}(z_{\rm obs})\left[1 + \left(\frac{c(1+z_{\rm cos})}{r(z_{\rm cos})H(z_{\rm cos})} - 1\right) z_p\right]^{-1} \tag{3.53}$$

$$\simeq d_{L,\rm th}(z_{\rm obs})\left[1 + \left(1 - \frac{c(1+z_{\rm cos})}{r(z_{\rm cos})H(z_{\rm cos})}\right) z_p\right] \tag{3.54}$$

On trouve alors la variation relative de distance de luminosité

$$\delta d_L = \frac{d_{L,\rm obs} - d_{L,\rm th}(z_{\rm obs})}{d_{L,\rm th}(z_{\rm obs})} \simeq \left(1 - \frac{c(1+z_{\rm cos})}{r(z_{\rm cos})H(z_{\rm cos})}\right) z_p. \tag{3.55}$$

Une expansion de Taylor de (3.43) en δd_L nous donne

$$\Delta\mu = \frac{5}{\ln(10)}\ln(1+\delta d_L) \tag{3.56}$$

$$\simeq \frac{5}{\ln(10)}\delta d_L. \tag{3.57}$$

En remplaçant δd_L dans l'Eq. 3.57 par son approximation donnée dans l'Eq. 3.55, on obtient finalement une expression pour $v_p \simeq c z_p$

$$v_p \simeq -\frac{\ln(10) c}{5} \left(\frac{c(1+z_{\cos})}{r(z_{\cos}) H(z_{\cos})} - 1 \right)^{-1} \Delta\mu. \tag{3.58}$$

Validité des différentes approximations

Dans la figure 3.10 on compare δd_L avec son approximation de Taylor notée $\widetilde{\delta d_L}$ en fonction du redshift $z_{\cos}$. On voit que pour des redshift $z_{\cos} > 0.01$ la différence entre ces deux quantités est inférieure à 10%.

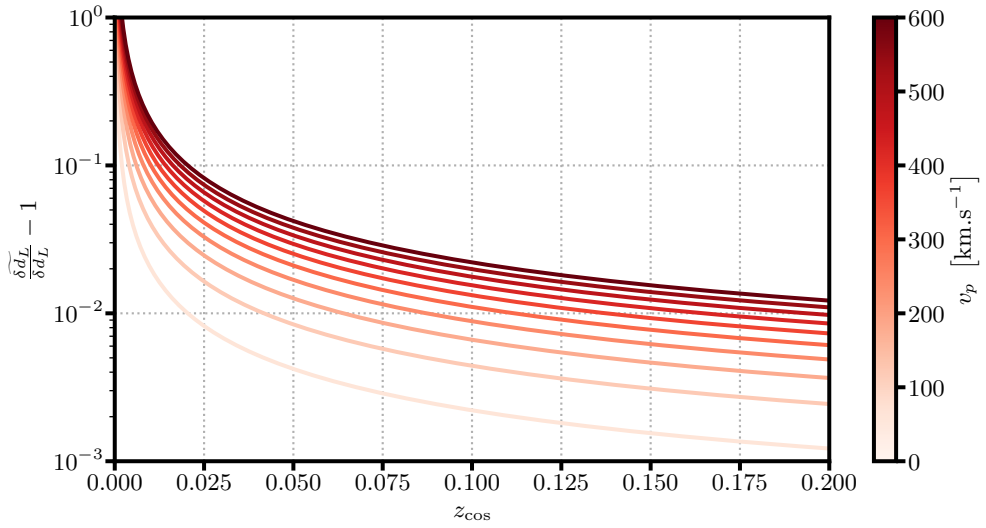


FIGURE 3.10 – Différence relative de δd_L avec son approximation de Taylor pour différentes vitesses particulières

La figure 3.11 montre la valeur de δd_L en fonction du redshift $z_{\cos}$. Pour $z_{\cos} > 0.01$, $|\delta d_L| < 0.1 \ll 1$.

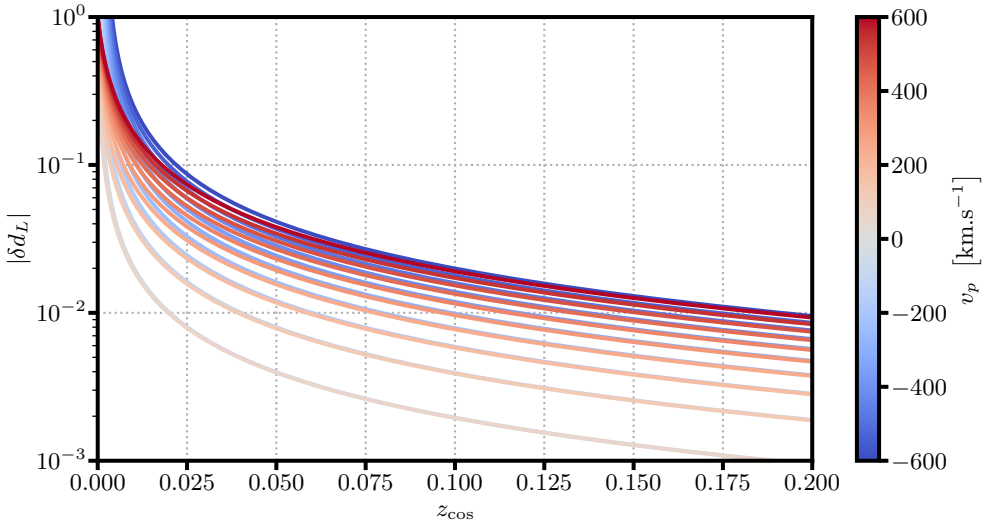


FIGURE 3.11 – δd_L en fonction du redshift pour différentes vitesses particulières

On peut voir sur la figure 3.12 que la différence entre l'expansion de Taylor $\widetilde{\Delta\mu}$ et la vraie valeur de $\Delta\mu$ est inférieure à 0.01 mag pour une vitesse particulière de 300 km/s.

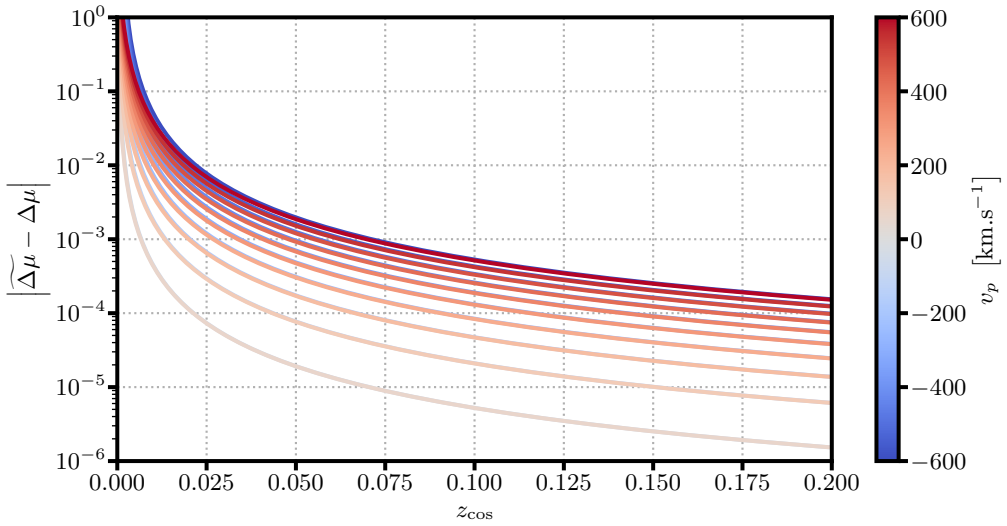


FIGURE 3.12 – Différence entre $\Delta\mu$ et son expansion de taylor $\widetilde{\Delta\mu}$ en fonction du redshift pour une vitesse particulière $v_p = 300$ km/s

3.4.2 Les vitesses comme systématique du diagramme de Hubble

Dans les analyses cosmologiques de SNe Ia "classiques", les vitesses particulières sont considérées comme une systématique qu'il faut chercher à réduire. Dans BETOULE

et al. 2014 l'erreur due aux vitesses particulières est approximée par

$$\sigma_{\rm pv} = \frac{5}{\ln 10}\frac{cz_p}{z}, \tag{3.59}$$

avec $cz_p = 150 {\rm km.s}^{-1}$. Cette expression correspond à une approximation à $z \to 0$ de l'Eq.3.58. Dans cette analyse l'impact des vitesses particulières semble être négligeable comparée aux autres systématiques (Table 11 de BETOULE et al. 2014). Dans l'analyse Pantheon de SCOLNIC et al. 2018 les vitesses particulières représentent ~ 1.5% de la variance des systématiques (Table 9 de SCOLNIC et al. 2018). Une étude de l'impact des vitesses particulières sur les SNe Ia à bas *redshift* de PETERSON et al. 2022 a montré que l'utilisation des catalogues externes pour corriger les vitesses pouvait permettre de réduire la déviation standard des résidus du diagramme de Hubble.

3.4.3 Estimer les vitesses pour la cosmologie

Dans le cadre d'une analyse du taux de croissance des structures $f\sigma_8$, les vitesses ne sont plus une source de systématique. On cherche à les estimer à l'aide des résidus du diagramme Hubble. Dans l'Eq.3.58, le redshift cosmologique $z_{\rm cos}$ apparaît. Ce redshift n'est jamais accessible dans les observations. Notre estimateur est donc construit avec le redshift observé $z_{\rm obs}$

$$\hat{v}_p^{(1)} = -\frac{\ln(10)c}{5}\left(\frac{c(1+z_{\rm obs})}{r(z_{\rm obs})H(z_{\rm obs})} - 1\right)^{-1}\Delta\mu \tag{3.60}$$

Cependant, comme proposé dans HUI et GREENE 2006, l'utilisation de $z_{\rm obs}$ à la place de $z_{\rm cos}$ est une approximation de second ordre. L'estimateur (3.60) est utilisé dans JOHNSON et al. 2014. Dans la littérature d'autres versions de l'estimateur de l'Eq. 3.60 peuvent être trouvées. On peut faire deux différentes approximations, la première est un développement de Taylor de $r(z)H(z)$ à bas redshift

$$r(z)H(z) \simeq cz_{\rm mod}. \tag{3.61}$$

Au premier ordre

$$cz_{\rm mod} = cz, \tag{3.62}$$

et au second ordre

$$cz_{\rm mod} = cz\left\{1 + \frac{1}{2}\left(1-q_0\right)z - \frac{1}{6}\left(1-q_0-3q_0^2+j_0\right)z^2\right\}, \tag{3.63}$$

où q_0 et j_0 sont respectivement les paramètres de décélération et de *jerk*. En utilisant le développement au premier ordre on obtient l'estimateur

$$\hat{v}_p^{(2)} = -\frac{\ln(10)c}{5}z_{\rm obs}\Delta\mu. \tag{3.64}$$

La seconde approximation que l'on peut faire est de négliger le terme "-1". Cette approximation est possible car à bas z le terme $\frac{c(1+z_{\rm obs})}{r(z_{\rm obs})H(z_{\rm obs})} \gg 1$. L'estimateur s'écrit alors

$$\hat{v}_p^{(3)} = -\frac{\ln(10)}{5}\frac{r(z_{\rm obs})H(z_{\rm obs})}{1+z_{\rm obs}}\Delta\mu \tag{3.65}$$

Cet estimateur est utilisé dans HOWLETT et al. 2017a. En combinant les approximations des Eqs.3.64 et 3.65 on obtient

$$\hat{v}_p^{(4)} = -\frac{\ln(10)c}{5}\frac{z_{\rm obs}}{1+z_{\rm obs}}\Delta\mu. \tag{3.66}$$

Ce dernier estimateur est celui présenté dans WATKINS et FELDMAN 2015 et utilisé dans HOWLETT et al. 2017a. Si on note les estimateur sous la forme générale

$$\hat{v}_i = -\frac{\ln(10)c}{5}J_i(z_{\rm obs})\Delta\mu, \tag{3.67}$$

avec

$$\begin{cases} J_1(z) &= \left(\frac{c(1+z)}{r(z)H(z)} - 1\right)^{-1} \\ J_2(z) &= z \\ J_3(z) &= \frac{r(z)H(z)}{c(1+z)} \\ J_4(z) &= \frac{z}{1+z} \end{cases}. \tag{3.68}$$

Et si, de plus, on ne considère que l'erreur sur $\mu_{\rm obs}$, on peut exprimer l'erreur sur l'estimation de la vitesse

$$\sigma_{\hat{v}_i} = \frac{\ln(10)c}{5}J_i(z_{\rm obs})\sigma_\mu. \tag{3.69}$$

Biais des estimateurs

Tous les estimateurs dérivent de la même expansion de Taylor d'ordre 1 valable sous l'hypothèse $z_p \ll z_{\rm cos}$. Ils vont donc être plus ou moins biaisés selon les valeurs de vitesse et de *redshift* pour lesquelles ils sont utilisés. Dans la Fig. 3.13, on compare les biais des différents estimateurs. On observe que l'estimateur le moins biaisé est $\hat{v_p}^{(1)}$. Les approximations tendent à entraîner une sous-estimation de toutes les vitesses quand le redshift augmente. Cet effet est plus marqué lorsque le terme "-1" est négligé.

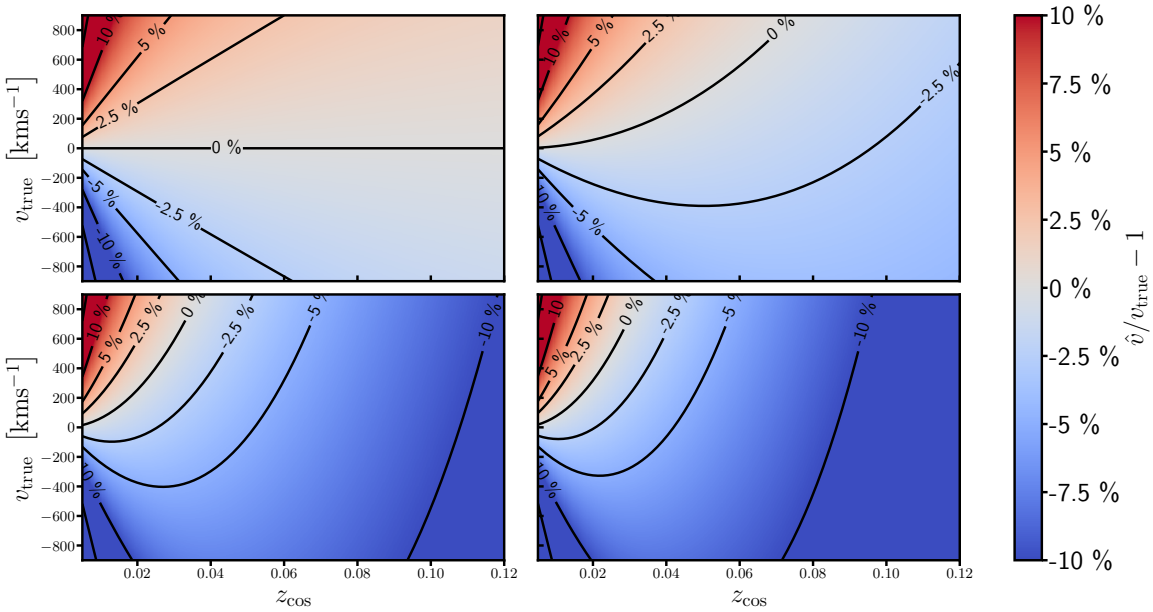


FIGURE 3.13 – Comparaison des différents biais des estimateurs. En haut à gauche : $\hat{v}_p^{(1)}$, en haut à droite : $\hat{v}_p^{(2)}$, en bas à gauche : $\hat{v}_p^{(3)}$ et en bas à droite $\hat{v}_p^{(4)}$.

Dans ce travail de thèse c'est l'estimateur $\hat{v}_1$ qui va être utilisé. Cependant, celui-ci nécessite de supposer une cosmologie fiducielle. Sur la Fig. 3.14, on a représenté le biais de l'estimateur $\hat{v}_1$ en fonction du *redshift* et du biais sur Ω_m. Le biais à bas *redshift* est toujours dominé par l'erreur de l'expansion de Taylor utilisée pour dériver l'estimateur. Le biais dû à une mauvaise cosmologie fiducielle devient plus important quand le *redshift* augmente, à un *redshift* $z_{\rm cos} > 0.1$ une erreur de $\sim 2\%$ sur Ω_m résulte en un biais sur la vitesse de $\sim 5\%$. En dessous d'un *redshift* $z \sim 0.06$ le biais est en dessous de $\sim 2.5\%$ pour une erreur sur Ω_m inférieure à $\sim 5\%$.

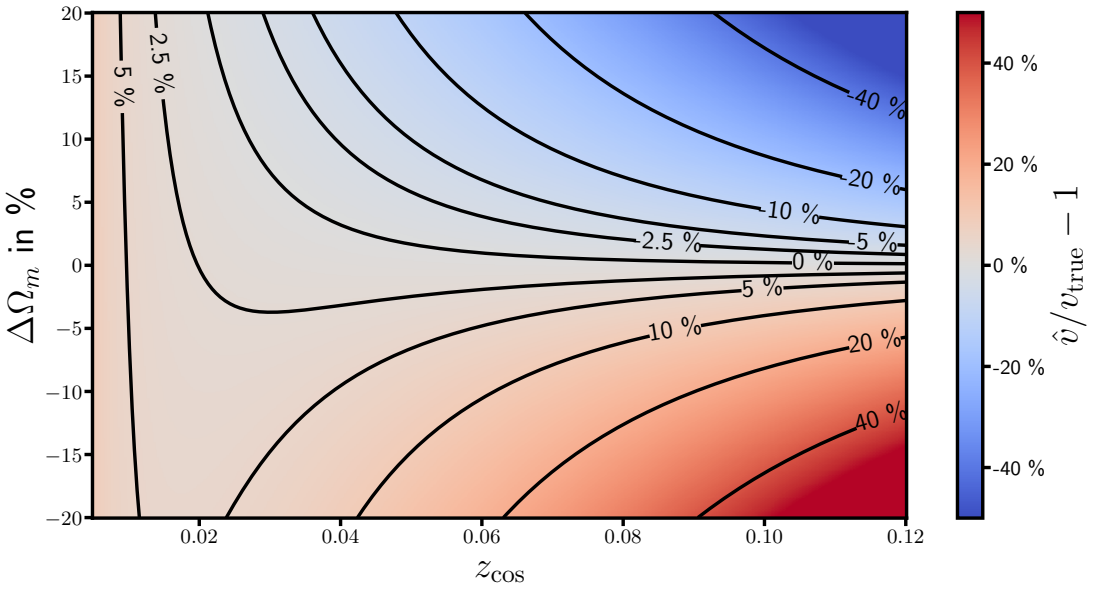


FIGURE 3.14 – Variation de l'estimateur de la vitesse en fonction du *redshift* $z_{\cos}$ et du biais sur la densité de matière Ω_m. La vitesse est fixée à $v_p = 300$ km.s^{-1}.

Gaussianité des erreurs sur les vitesses

Une hypothèse largement utilisée en cosmologie est celle des erreurs gaussiennes. Dans le Chap. 6 on verra que la méthode utilisée pour contraindre le taux de croissance des structures $f\sigma_8$ nécessite aussi cette hypothèse. On veut donc tester si la gaussianité des erreurs sur les résidus du diagramme de Hubble $\Delta\mu$ est préservée par notre estimateur de vitesse $\hat{v}_1$. Pour cela on va simuler un jeu de données de module de distance μ avec vitesse particulière. On procède ainsi

1. On tire N *redshift* z selon la loi de densité de probabilité $\mathcal{P}(z) = \frac{3r^2(z)}{V(z_{\rm max})-V(z_{\rm min})}$.
2. On tire N vitesses v_p selon une loi normale $\mathcal{N}(0,\sigma_v)$ avec $\sigma_v = 300$ km.s^{-1}.
3. On tire N bruits gaussiens σ_μ selon une loi normale $\mathcal{N}(0,\sigma_M)$ avec $\sigma_M = 0.12$.
4. On utilise les Eqs. 2.101 et 3.42 pour obtenir respectivement $z_{\rm obs}$ et $\mu_{\rm obs}$.

Avec la simulation ainsi obtenue on peut estimer la vitesse et son erreur. Sur la Fig. 3.15 on a tracé la quantité $X = (\hat{v}_1 - v_{\rm true})/\sigma_{\hat{v}}$ pour deux jeux de données de $N = 10^6$ modules de distance. Le premier jeu de données est dans un intervalle de *redshift* $z \in [0.,0.02]$ et le second dans l'intervalle $z \in [0.02,0.06]$. Dans le cas où l'estimateur préserve le caractère gaussien des erreurs l'histogramme de X doit suivre une gaussienne centrée réduite $\mathcal{N}(0,1)$. On peut voir sur la Fig. 3.15 que c'est le cas pour l'intervalle $z \in [0.02,0.06]$. Pour l'intervalle à plus bas *redshift* on observe une déviation de la loi gaussienne probablement liée à la non validité des approximations de l'estimateur dans ce régime. Cette non-gaussianité bien que faible pourrait mener à une sur-estimation de la variance des vitesses. Pour les SNe Ia la quantité de données attendue à $z < 0.02$ est très faible et ne devrait pas avoir d'impact fort. On peut tout de

même éviter le problème en faisant le choix d'utiliser seulement les SNe Ia avec un *redshift* $z > 0.02$.

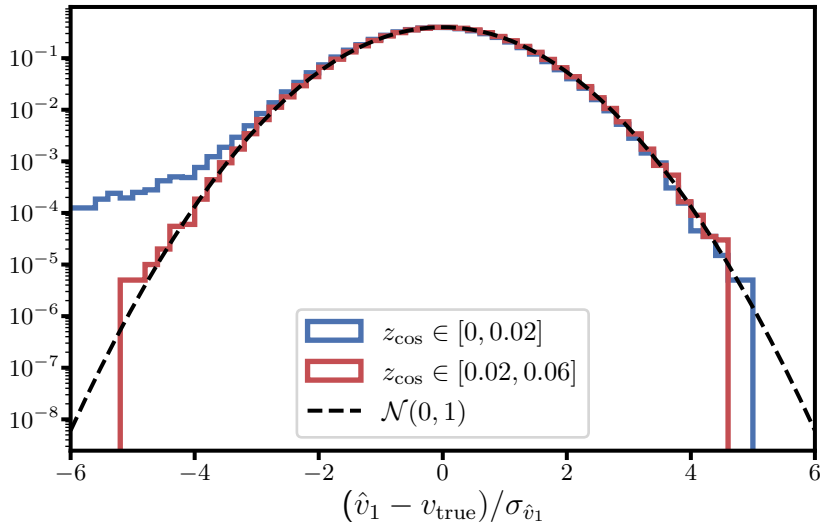


FIGURE 3.15 – Distribution de $X = (\hat{v}_1 - v_{\text{true}})/\sigma_{\hat{v}_1}$ pour deux simulations. En bleu : interval de *redshift* $0 < z < 0.02$. En rouge : interval de *redshift* $0.02 < z < 0.06$. À bas *redshift* la distribution n'est plus gaussienne.

4 Observation de SNe Ia avec le relevé ZTF

Ce travail de thèse a pris place au sein de la collaboration du relevé *Zwicky Transient Facility* (ZTF). Cette collaboration utilise les observations du télescope *Samuel Oschin*, en Californie, pour mener des travaux dans des champs de recherche variés qui vont de l'étude d'objets astrophysiques à la cosmologie. Au sein du groupe cosmologie, le travail se concentre sur les SNe Ia. En effet, comme nous allons le voir, ZTF est le premier relevé à produire un jeu de données de SNe Ia aussi large à bas *redshift*. Dans la Sec. 4.1 on résume les précédents relevés de SNe Ia. Le relevé ZTF est décrit dans la Sec. 4.2. Enfin, dans la Sec. 4.3 on aborde les synergies avec les autres relevés, nécessaires à ZTF pour permettre de donner des contraintes précises sur les paramètres cosmologiques.

4.1 Relevés de SNe Ia précédents

Lors de la découverte de l'accélération de l'expansion de l'Univers à la fin des années 90, RIESS et al. 1998 et PERLMUTTER et al. 1999 ne disposaient que d'une quarantaine de SNe Ia. En 2014 l'analyse JLA (BETOULE et al. 2014) dispose de ~ 740 SNe Ia. Aujourd'hui, le plus grand jeu de données de SNe Ia utilisé pour des mesures cosmologiques, est la compilation Pantheon+ (SCOLNIC et al. 2022). Cette compilation rassemble 1550 SNe Ia qui proviennent de 18 relevés différents. Ces données sont étendues sur un grand intervalle de *redshift* de $z \sim 0.0020$ à $z \sim 2.26$. Cette compilation permet de poser des contraintes sur les paramètres de densité et d'état de l'énergie noire. Cependant elle présente quelques points faibles : elle nécessite un travail de calibration des différents relevés entre eux, et elle n'est ni homogène en *redshift* ni en distribution spatiale (Fig. 4.1).

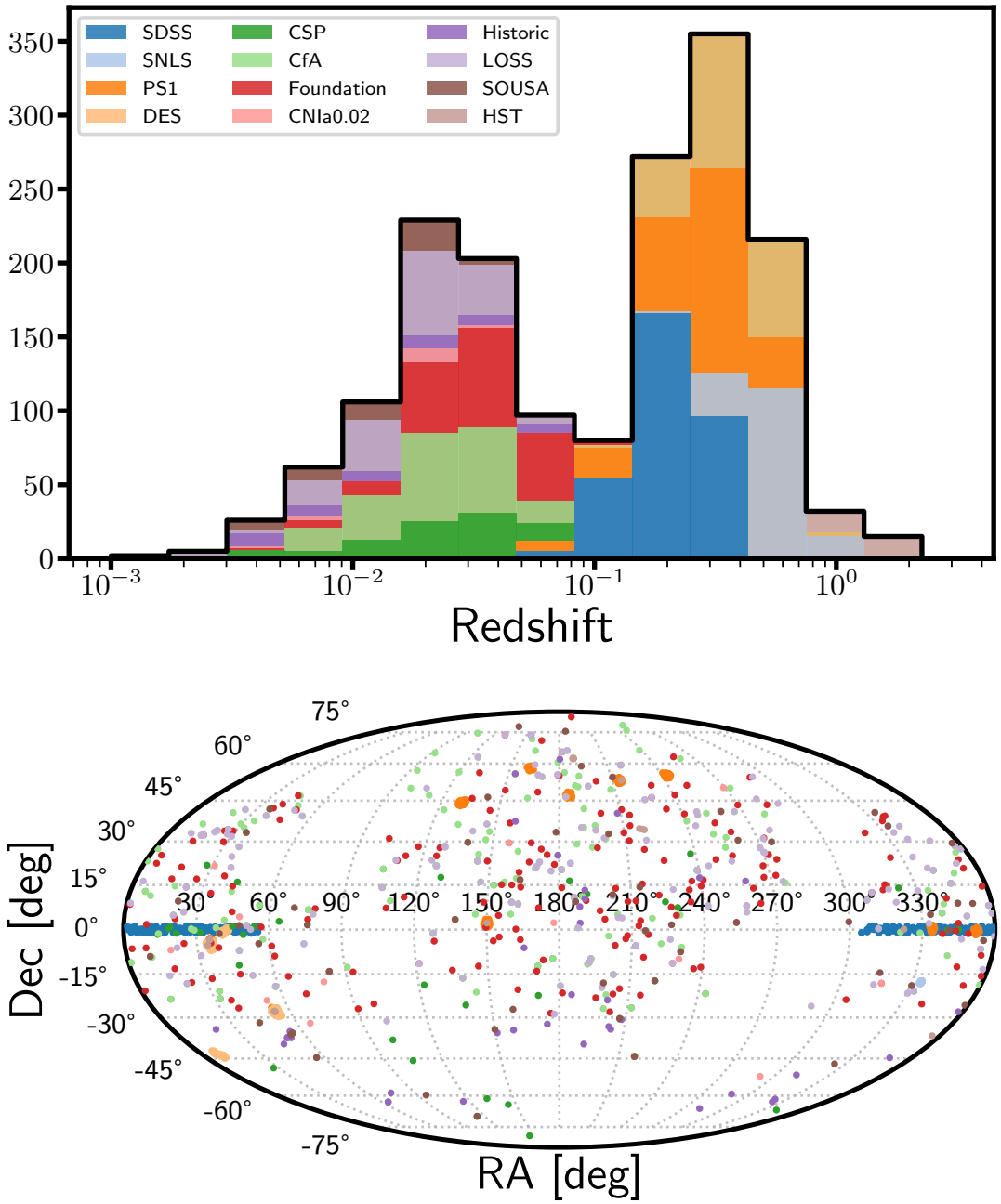


FIGURE 4.1 – Distribution des *redshifts* (haut) et distribution angulaire (bas) des SNe Ia de la compilation Pantheon+. Adapté de SCOLNIC et al. 2022.

On peut noter que la statistique des SNe Ia à bas *redshift* reste assez faible avec ~ 740 SNe Ia en dessous de $z \sim 0.1$. Ce point est d'un intérêt particulier pour des analyses avec les vitesses particulières car c'est à bas *redshift* que leur effet est le plus visible et donc le plus facile à estimer.

4.2 Le relevé ZTF

Le relevé ZTF est un relevé photométrique qui utilise le télescope *Samuel Oschin* à l'observatoire du mont Palomar en Californie (Fig. 4.2). Le relevé est prévu pour l'étude des objets astrophysiques transitoires. On présente ici quelques aspects techniques de ce relevé.

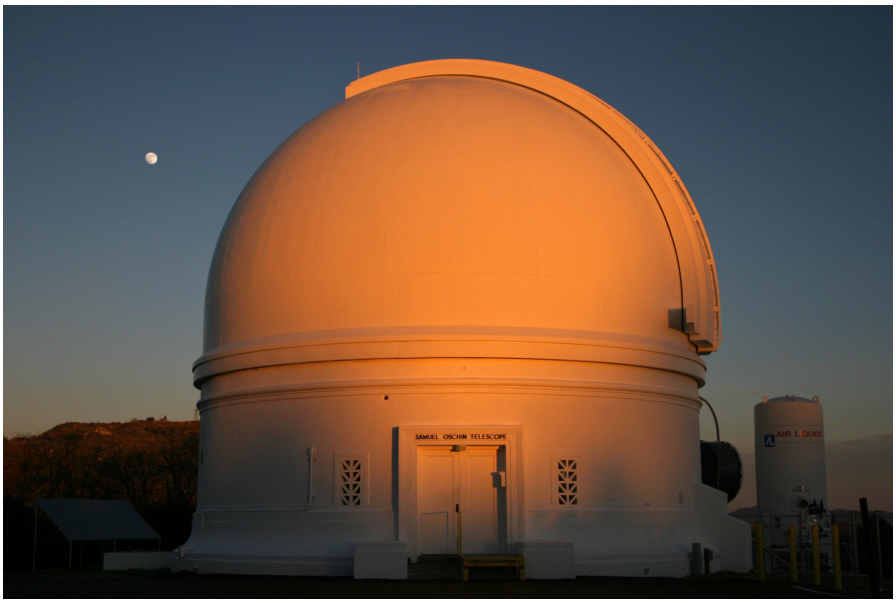


FIGURE 4.2 – Le télescope Samuel Oschin à l'observatoire de Palomar, Californie. Crédits : *Caltech/Palomar*

4.2.1 Le système photométrique de ZTF

Le système d'observation de ZTF est décrit en détails dans DEKANY et al. 2020. Le télescope Samuel Oschin possède un miroir de 1.2 mètre de rayon qui dirige les photons vers le plan focal où se trouve la caméra. La caméra de ZTF (Fig. 4.3) est l'amélioration majeure apportée au télescope pour ce relevé. Cette caméra possède 16 CCDs de 6144×6160 pixels avec une résolution de $\sim 1''$. Les CCDs sont subdivisés en 4 quadrants qui possèdent chacun un amplificateur avec un gain $G \simeq 6\ e^-$/ADU. Ainsi pour chaque observation de ZTF on obtient une image par quadrant de CCD, soit 64 images.

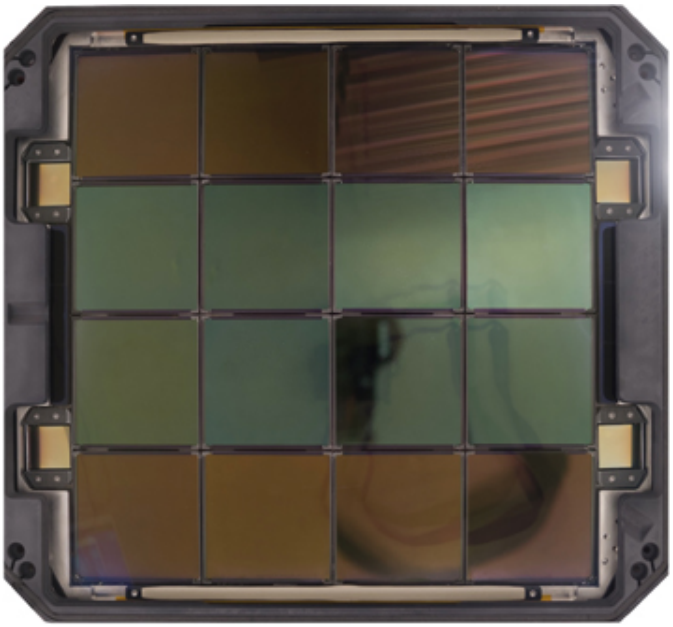


FIGURE 4.3 – La caméra de ZTF et ses 16 CCDs. On remarque que les rangées centrales de CCDs ne sont pas identiques à celles en haut et en bas de la caméra. Les rangées en haut et en bas sont optimisées pour les bande g et r, tandis que les deux rangées centrales permettent une meilleure observation de la bande i (DEKANY et al. 2020). Crédit : PERLEY et al. 2020

Le relevé ZTF se différencie notamment des relevés plus anciens par son large champ de vue. En effet, son système optique couplé à sa grande caméra permet de couvrir un angle solide de ~ 47 deg^2 sur la sphère céleste à chaque pose. Dans la Fig. 4.4 le champ de vue de ZTF est comparé à celui d'autres relevés.

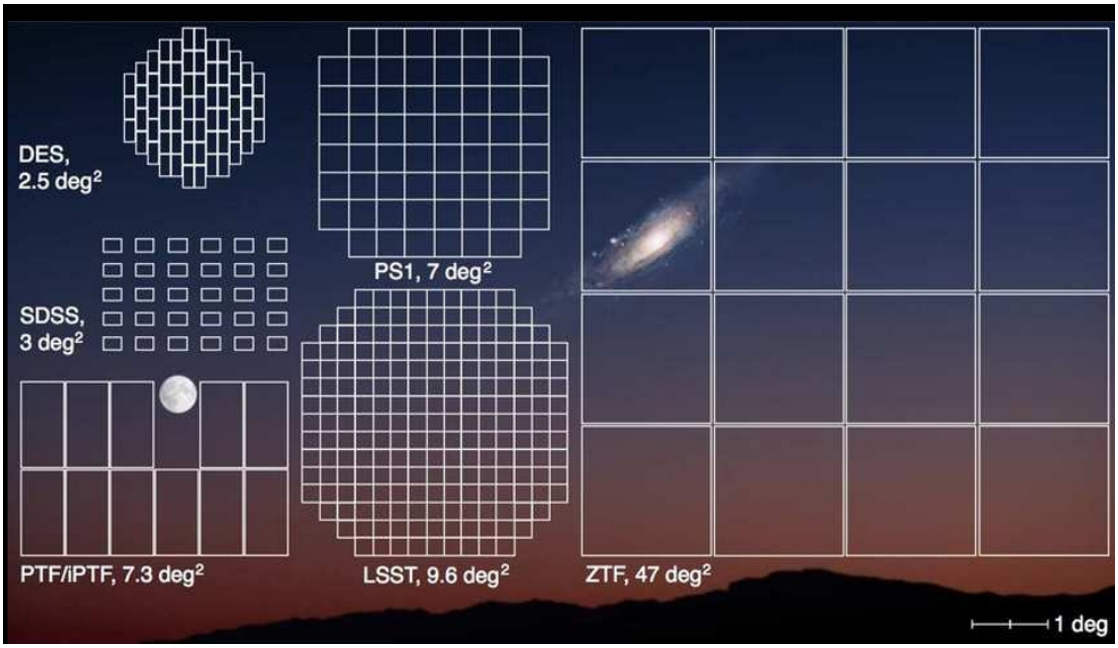


FIGURE 4.4 – Comparaison du champ de vue de ZTF avec ceux des autres relevés. La lune et la galaxie Andromède sont représentées pour avoir l'échelle. Crédit : Joel Johansson.

La photométrie de ZTF est réalisée au travers de trois filtres g, r et i qui sont échangés en ~ 110 secondes par un bras robotique. La Fig. 4.5 représente la transmittance des trois filtres de ZTF en prenant en compte l'efficacité quantique des CCDs. Sur la Fig. 4.5, l'effet de l'atmosphère n'est pas intégré, en particulier les raies d'absorption ne sont pas présentes dans la transmittance des filtres, il s'agit cependant d'un paramètre dont l'intensité varie selon les conditions météorologiques ainsi qu'en fonction de l'épaisseur d'atmosphère dans la direction du pointé.

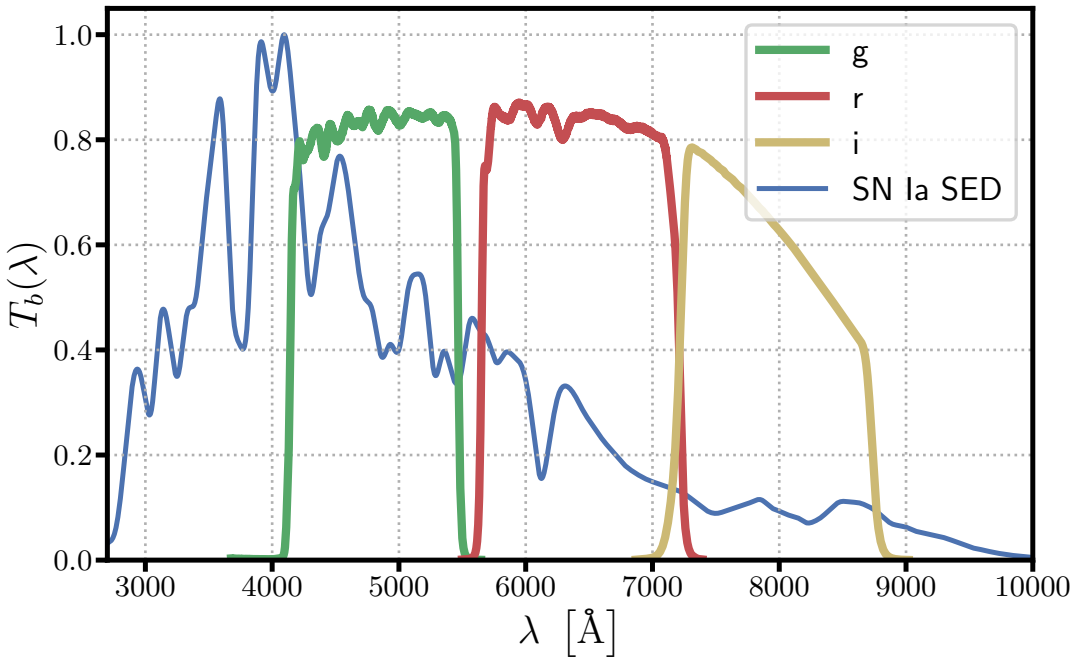


FIGURE 4.5 – Transmission des 3 filtres de ZTF, l'efficacité quantique des CCDs est incluse. Le spectre d'une SN Ia standard (modèle SALT2) au maximum de luminosité et à *redshift* $z = 0$ est représenté en bleu.

Le choix d'un temps de pose d'un relevé photométrique est un compromis entre observer plus profondément et couvrir plus de surface dans le même temps, pour ZTF le temps de pose est fixé à 30 secondes. La profondeur du relevé est mesurée à l'aide des magnitudes limites à 5-σ. Ces magnitudes correspondent à celles de sources ponctuelles pour lesquelles le signal reçu est cinq fois plus grand que le bruit. Les magnitudes limites dans les trois bandes de ZTF sont $m_g \sim 20.8-21.1$, $m_r \sim 20.6-20.9$ et $m_i \sim 19.9-20.2$, les variations sont en grande partie dues aux phases de la Lune. Elles sont obtenues pour chaque observation, et leur calcul est détaillé dans MASCI et al. 2018.

4.2.2 La cadence de ZTF

Lors de l'observation d'objets astrophysiques transitoires et en particulier pour les SNe Ia, il est important de pouvoir observer plusieurs fois la même région du ciel. Le rythme d'observation d'un télescope est appelé la cadence. Dans le cas du relevé ZTF, la cadence est adaptée à l'observation des phénomènes transitoires, de telle sorte que l'entièreté du ciel de l'hémisphère nord est photographié dans les bandes g et r en ~ 3 jours. La cadence de la bande i est plus faible. L'ensemble des champs de ZTF forme une grille régulière. La Fig. 4.6 représente le nombre moyen de visites par mois pour chaque champ de ZTF dans chacun des trois filtres.

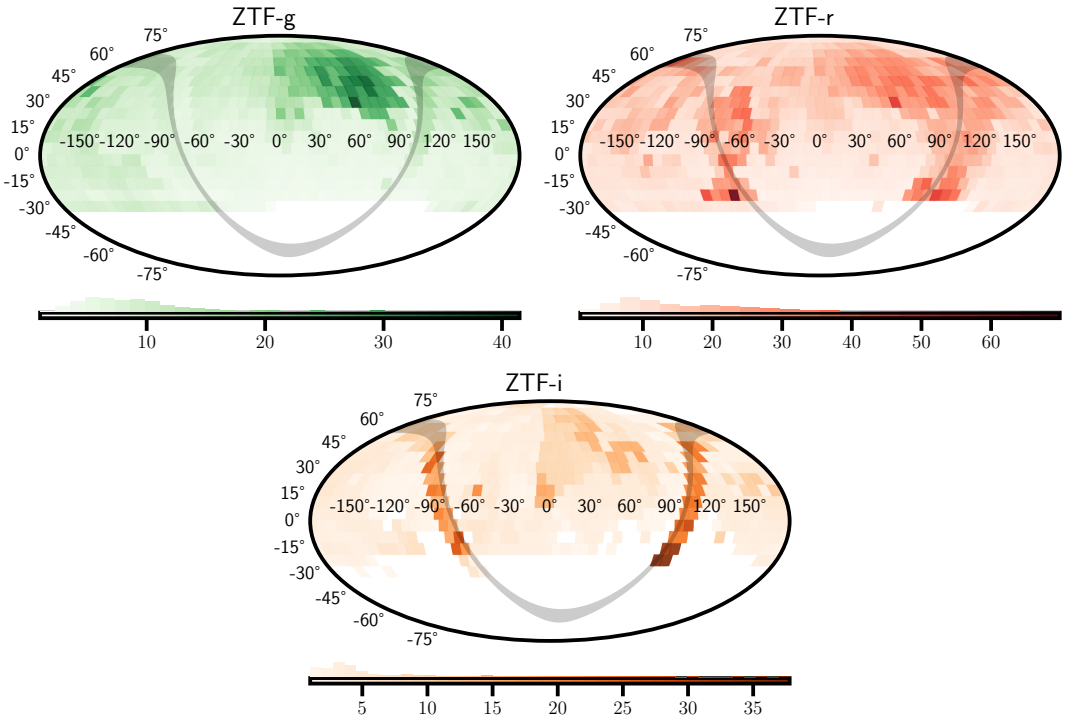


FIGURE 4.6 – Nombre moyen de visites par mois dans chaque champ de ZTF pour les trois filtres g, r et i. Les observations utilisées sont celles entre mars 2018 et décembre 2020. La bande grise représente le plan galactique de la voie lactée. Figure réalisée à l'aide de la bibliothèque Python `ztffields`.

4.2.3 Le suivi spectroscopique

Un des avantages du relevé ZTF est qu'il possède un suivi spectroscopique qui permet la classification des phénomènes transitoires. Le relevé spectroscopique principalement utilisé pour le suivi de ZTF est le *Bright Transient Survey* (BTS) (FREMLING et al. 2020 ; PERLEY et al. 2020) qui utilise la SED machine (SEDm), un télescope spectroscopique situé lui aussi à l'observatoire du mont Palomar. Le relevé BTS permet de classifier presque tous les phénomènes transitoires observés par ZTF avec une magnitude inférieure à 19 (PERLEY et al. 2020).

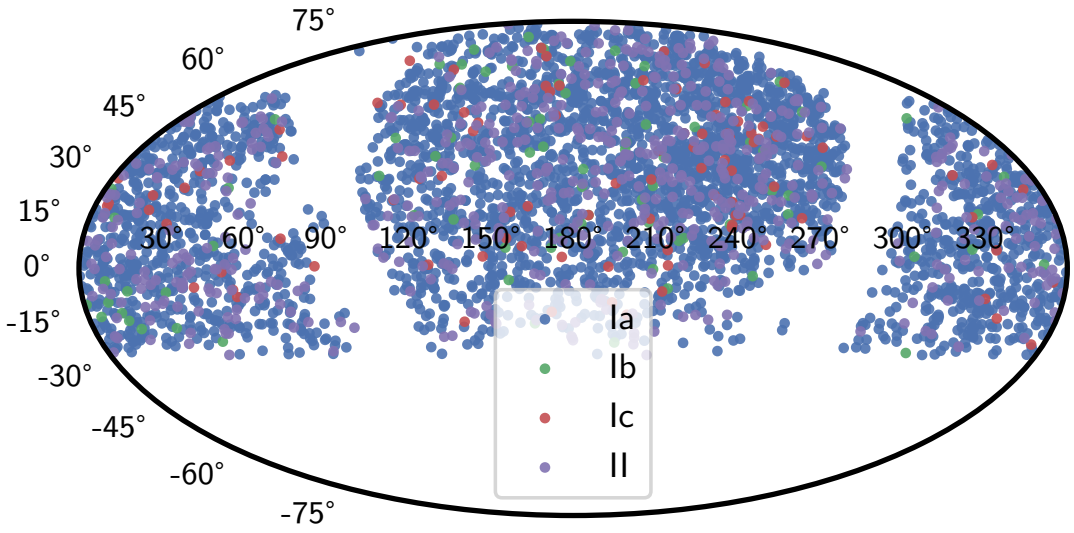


FIGURE 4.7 – SNe classifiées par le relevé BTS. Les plus nombreuses sont les SNe Ia représentées par les points bleus, les SNe Ib sont en vert, les SNe Ic en rouge et les SNe II en violet.

La Fig. 4.7 montre la répartition spatiale des supernovae classifiées par BTS.

4.3 Cosmologie et synergies avec les autres relevés

L'étude de la cosmologie au sein de la collaboration ZTF se concentre donc sur les SNe Ia. En effet, les SNe Ia observées par ZTF vont constituer le plus large jeu de données de SNe Ia à bas *redshift* disponible jusqu'à aujourd'hui. Une première publication de données (DR1) (DHAWAN et al. 2021) se concentre sur la présentation des données de 761 SNe Ia classifiées par spectroscopie et sur la comparaison des paramètres de leurs courbes de lumière avec celles des relevés antérieurs. Une nouvelle publication de données (DR2) est attendue courant 2023 (Rigault et al. in prep) avec cette fois ~ 3600 SNe Ia. Cette statistique va permettre, notamment, de mener de nombreux travaux sur les différentes propriétés et populations des SNe Ia (Dimitriadis et al. in prep, Burgaz et al.a in prep, Johansson et al. in prep), les corrélations avec leur milieu (Ruppin et al. in prep, Burgaz et al.b) ainsi que sur leur standardisation (Ginolin et al.a et b in prep, Dhawan et al. in prep). L'utilisation des données de la DR2 de ZTF pour mesurer des distances de luminosités assez précises pour les analyses cosmologiques ne sera possible qu'après un travail de calibration photométrique de précision en cours de préparation et qui devrait être publié a posteriori. De plus, les SNe Ia de ZTF seules ne permettront pas d'obtenir des contraintes fortes sur la cosmologie. C'est avec l'apport d'autres relevés que les SNe Ia de ZTF pourront être correctement exploitées. On va donner quelques exemples de relevés avec des synergies possibles

avec ZTF.

4.3.1 *Redshifts* et taux de croissance des structures : ZTF-DESI

Dans le Chap. 3, on a expliqué que la cosmologie avec les SNe Ia nécessite la mesure de leurs *redshifts*. Le suivi spectroscopique de ZTF, la SEDm, permet de mesurer certains *redshifts* soit sur le spectre de l'hôte de la SN Ia, soit directement sur le spectre de la SN Ia. La précision de ces *redshifts* reste assez faible avec des erreurs respectives de $\sigma_z \sim 10^{-3}$ et $\sigma_z \sim 2 \times 10^{-3}$, soit $\sim 10\%$ en relatif. Pour une partie des SNe Ia de ZTF les *redshifts* vont être obtenus en recherchant la galaxie hôte de la SN Ia dans les catalogues de relevés spectrométriques précédents. Les *redshifts* ainsi retrouvés ont généralement été mesurés avec une bonne précision $\sigma_z \sim 10^{-5}$. Améliorer la précision de mesure des *redshifts* permet de diminuer les erreurs sur la plupart des paramètres cosmologiques. Cette précision est d'autant plus importante pour la mesure du taux de croissance des structures. En effet, on a vu dans le Chap. 3, que l'information sur les vitesses est en majorité contenue dans le décalage Doppler du *redshift*. Ce décalage est de l'ordre de $\Delta z \sim 10^{-3}$. Ainsi il devient difficile d'extraire cette information si l'erreur est supérieure à ce décalage. Un relevé qui permettrait d'obtenir les *redshifts* d'une grande partie des galaxies hôtes des SNe Ia de ZTF est le relevé DESI. La Fig. 4.8 montre la superposition des régions du ciel observées par ZTF et DESI. La région couverte par DESI est obtenue à l'aide de la bibiliothèque Python `desimodel` [1]. On voit que le relevé DESI est complètement inclus dans la surface observée par ZTF et pourra donc fournir une partie des *redshifts* nécessaires à ZTF. Pour obtenir l'ensemble des *redshifts* des observations supplémentaires seront nécessaires, soit par une extension de DESI soit par un autre relevé.

1. https ://github.com/desihub/desimodel

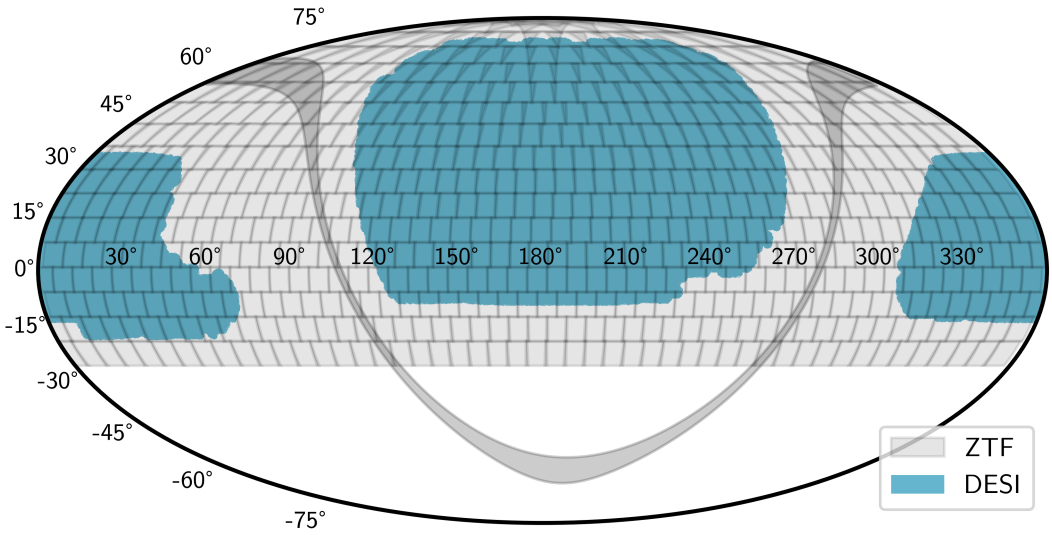


FIGURE 4.8 – Comparaison des champs des relevés ZTF et DESI. Les rectangles gris représentent les champs de ZTF, la surface bleue représente le relevé DESI et la bande grise représente le plan de la Voie Lactée.

4.3.2 La constante de Hubble : ZTF et HST/JWST

Le relevé ZTF va permettre une mesure de la constante de Hubble avec un ensemble de SNe Ia mesurées avec le même instrument ce qui permet de limiter certaines erreurs systématiques de calibration et d'avoir une bonne compréhension des biais de sélection. Cependant, comme discuté en Sec. 1.3.1 la mesure de la constante de Hubble H_0 nécessite l'observation de calibrateurs. Les étoiles de la branche des géantes rouges mesurées par HST dans certaines des galaxies hôtes des SNe Ia de ZTF ont déjà été utilisées et les futures étoiles observées par HST et JWST pourraient aussi être utilisées pour cette mesure. Plus de détails sont donnés dans DHAWAN et al. 2022.

4.3.3 La contrainte des paramètres d'énergie noire : ZTF et DES

La contrainte des paramètres de l'énergie noire et notamment de son paramètre d'état w est une question importante de la cosmologie moderne. Cette mesure nécessite d'avoir des données sur un large intervalle de *redshift* pour pouvoir détecter une éventuelle évolution de la densité d'énergie noire au cours de l'histoire de notre Univers. Le relevé ZTF ne se concentre qu'à bas *redshift*. Les distances mesurées à l'aide des SNe Ia de ZTF ne seront donc pas suffisantes pour ce type de mesure. Une calibration des SNe Ia de ZTF avec des SNe Ia à plus haut *redshift* sera nécessaire. Un exemple de combinaison possible est avec le relevé DES. La Fig. 4.9 montre la complémentarité entre les SNe Ia du relevé ZTF à bas *redshift* et celles de DES à plus haut *redshift*.

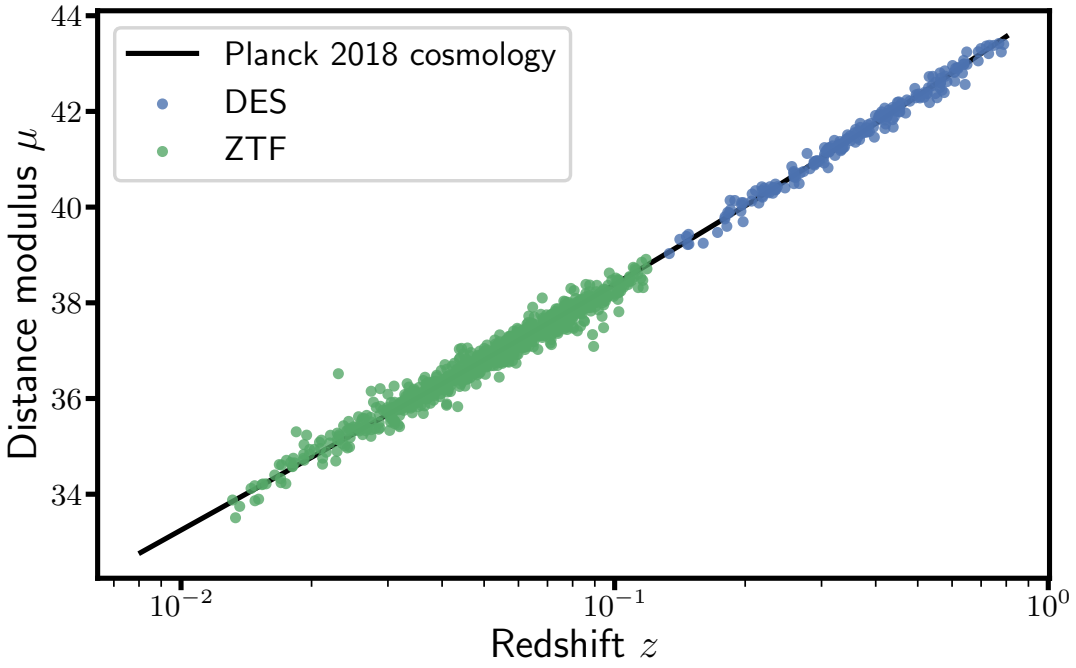


FIGURE 4.9 – Aperçu d'un diagramme de Hubble ZTF + DES. Les SNe Ia proviennent de la DR2 de ZTF et des données DES (BROUT et al. 2019). La cosmologie est fiducielle et fixée aux valeurs de PLANCK COLLABORATION et al. 2020.

Dans les prochaines années une analyse combinée avec les futures SNe Ia mesurées par l'observatoire Vera-Rubin devrait aussi être réalisée. L'observatoire Vera-Rubin devrait apporter ~ 140000 SNe Ia avec un *redshift* limite $z_{\rm lim} \sim 0.3$ pour le relevé "Large-Rapide-Profond" (WFD) et entre ~ 2000 et ~ 5000 SNe Ia avec un *redshift* limite $z_{\rm lim} \sim 0.6$ pour le relevé de champs profonds (DDF) (LOCHNER et al. 2022 ; GRIS et al. 2023). Ces nombres sont encore sujets à changement en fonction de la cadence qui sera finalement adoptée par l'observatoire Vera Rubin.

5 Simulation et étude du biais de sélection

Dans la cosmologie moderne, les simulations jouent un rôle primordial dans l'interprétation et la compréhension de nos mesures. Les développements de l'informatique et l'utilisation de grands centres de calcul permettent aujourd'hui de simuler de véritables "boites univers", appelées simulation *N-body*. Les simulations *N-body* sont de plus en plus précises et permettent d'avoir une distribution de matière noire réaliste. Elles sont particulièrement utilisées dans la préparation des analyses des grandes structures tracées par les relevés de galaxies. Dans le cadre des analyses cosmologiques avec les SNe Ia les simulations sont généralement plus simples et se contentent de générer des courbes de lumière en reproduisant la cadence et les propriétés des relevés à simuler. Dans notre travail sur la contrainte de $f\sigma_8$ il est nécessaire de connecter les simulations d'un relevé de SNe Ia et des structures de l'univers. Dans ce chapitre on présente comment ce travail a été réalisé. Dans la Sec. 5.1 on présente les données nécessaires à la simulation d'un relevé de SNe Ia, dans la Sec. 5.2, on montre comment on place notre simulation de relevé au sein d'une boite *N-body*, la Sec. 5.3 décrit plus en détail les étapes de la simulation. Dans la Sec. 5.4 on montre comment on ajoute la fonction de sélection du relevé ZTF. La Sec. 5.5 détaille une comparaison entre notre simulation et les données actuelles de ZTF. Enfin la Sec. 5.6 décrit l'analyse de notre simulation dans le cadre de l'estimation des vitesses particulières des SNe Ia, étape cruciale avant la détermination de $f\sigma_8$.

5.1 Simulation d'un relevé de SNe Ia

La simulation des relevés de SNe Ia est un outil essentiel. Ce type de simulation permet d'identifier et de quantifier les biais et erreurs systématiques qu'une analyse comporte, et de, si possible, les corriger. De plus, elles permettent de faire une estimation des erreurs que l'on attend sur les paramètres cosmologiques et de comprendre, en amont d'une analyse ou d'un relevé, quelle stratégie permet de les réduire.

L'un des outils utilisés pour la simulation de SNe Ia dans les collaborations DES et LSST-DESC est le programme `SNANA` [1] (KESSLER et al. 2009). Cependant, son usage dépasse la simulation seule, et celle-ci ne permettait pas, au moment de ce travail, de simuler des SNe Ia au sein d'une simulation *N-body*. Notre choix a donc été de développer notre propre code de simulation. La bibliothèque Python `SNSim`, dispo-

1. https://github.com/RickKessler/SNANA

nible sur github [2] et documentée [3], a été développée avec comme but l'étude de la contrainte sur le paramètre de croissance des structures avec les SNe Ia de ZTF. Cependant, elle n'est pas spécifique à cette analyse et son utilisation peut être étendue à d'autre analyses cosmologiques et d'autres relevés. `SNSim` est en grande partie basée sur la bibliothèque Python `SNCosmo` [4] (BARBARY et al. 2023).

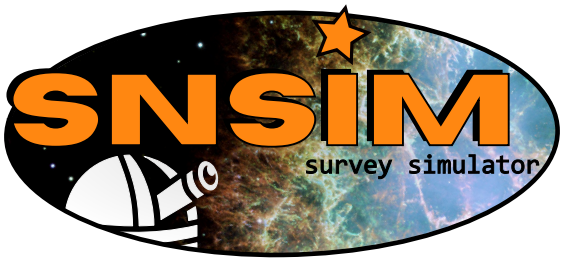


FIGURE 5.1 – Logo de la bibliothèque Python `SNSim`

Pour obtenir des courbes de lumière réalistes on utilise les données des observations passées de ZTF. Le champ de vitesse est implémenté en utilisant un catalogue provenant d'une simulation *N-body* que nous allons présenter dans la Sec. 5.2.

5.1.1 Cosmologie fiducielle

Le choix d'une cosmologie va permettre de calculer, en grande partie, les distances auxquelles se trouvent les SNe Ia, pour en inférer le flux observé. La cosmologie est implémentée à l'aide du module `cosmology` de la bibliothèque Python `astropy` (THE ASTROPY COLLABORATION et al. 2022). Les paramètres cosmologiques d'intérêt sont ceux qui entrent en compte dans le calcul de la distance de luminosité. Ce sont H_0 et les paramètres de densité Ω_i. Les valeurs de ces paramètres vont être, par souci de cohérence, les mêmes que celles de la simulation *N-body* utilisée.

5.1.2 Modèle de spectre et paramètres globaux des SNe Ia

Pour la simulation de courbes de lumière on choisit d'utiliser les spectres du modèle SALT2 (voir Sec. 3.3.1) qui dépendent des trois variables x_0, x_1 et c et du temps. A ce modèle de spectre peuvent être ajoutés des effets dépendants de la longueur d'onde. Dans ce travail, nous avons ajouté l'effet d'extinction de la poussière de la Voie Lactée à l'aide du modèle CCM89 (CARDELLI et al. 1989) implémenté dans `SNCosmo`. Le rougissement E(B-V) est calculé pour chaque SN Ia à l'aide de la carte de poussière de SCHLEGEL et al. 1998, recalibrée dans SCHLAFLY et FINKBEINER 2011, et implémentée dans la bibliothèque Python `SFDmap` [5]. Bien qu'implémentés dans `SNSim`, dans ce travail nous n'avons pas utilisé les modèles de dispersion intrinsèque dépendante de

2. https://github.com/bastiencarreres/snsim
3. https://snsim.readthedocs.io/en/main/?badge=main
4. https://github.com/sncosmo/sncosmo
5. https://github.com/kbarbary/sfdmap

la longueur d'onde (par exemple G10 (GUY et al. 2010), C11 (CHOTARD et al. 2011) ou BS22 (BROUT et SCOLNIC 2021)). Ce choix permet une première approche plus simple et devra être investigué dans des travaux futurs.

Pour attribuer une magnitude absolue à chaque SN Ia, nous utilisons la relation de Tripp (Eq. 3.23) qui nécessite de choisir les paramètres α, β et M_B. Pour M_B on doit changer sa valeur pour correspondre au paramètre de Hubble réduit $h_{\rm fid} = H_{0,\rm fid}/100$ de notre cosmologie fiducielle. Si $M_{B,\rm mes}$ est mesuré avec une certaine valeur de h on obtient

$$M_B = M_{B,\rm mes} + 5\log_{10}\left(\frac{h_{\rm fid}}{h}\right). \tag{5.1}$$

Dans ce travail on va utiliser les valeurs obtenues dans BETOULE et al. 2014 : $\alpha = 0.14$, $\beta = 3.1$ et $M_{B,\rm mes} = -19.05$ pour $h = 0.7$.

5.1.3 Données d'observation

Pour obtenir des courbes de lumière semblables à celles du relevé ZTF, on va utiliser les informations des observations réelles déjà réalisées. Les paramètres et données de départ sont :

— Les dates des observations
— La taille et les directions des champs observés
— Les filtres utilisés
— La magnitude limite à 5-σ notée $m_{5\sigma}$. Elle correspond à la magnitude pour laquelle le rapport du signal sur bruit est égal à 5.
— Le gain des CCDs en électrons / ADU. C'est le coefficient de conversion entre le nombre de photo-électrons et le signal donné par la caméra.
— Le point zéro des observations noté ZP. Il correspond à la magnitude d'une source dont le flux reçu correspond à 1 ADU.

Pour ZTF, ces données d'observation sont obtenues à l'aide de la bibliothèque Python `ztfquery` [6] (RIGAULT 2018).

En plus des données d'observation, la simulation doit reproduire le champ de vue du relevé. Dans le cadre de ZTF, on reprend les dimensions données dans la Table 3 de DEKANY et al. 2020 pour reconstruire le champ de vue jusqu'au niveau des quadrants. La Fig. 5.2 représente la carte des quadrants modélisée dans `SNsim`. On y retrouve les 64 quadrants répartis sur 16 CCDs séparés par des petits interstices. Dans cette carte les éléments du champ de ZTF sont approximés par des rectangles que l'on identifie par les quatre points de leurs sommets. Cette carte n'est valable que dans le référentiel de chaque pointé et doit être projetée sur la sphère céleste pour obtenir les différents champs dans le référentiel du relevé.

6. https://github.com/MickaelRigault/ztfquery

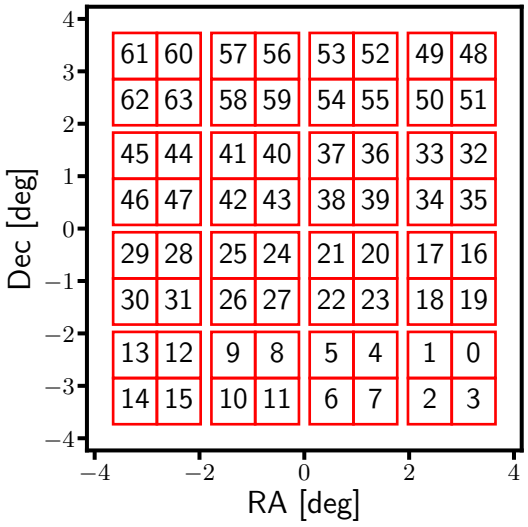


FIGURE 5.2 – Carte des 64 quadrants de ZTF telle que modélisés dans `SNsim`. Les quadrants sont regroupés par 4 dans chaque CCD, on observe qu'il y a des intervalles vides entre les différents CCDs.

Le champ correspondant à chaque pointé est obtenu par un changement de base qui dépend des coordonnées (RA, Dec) de chaque pointé. On note $\theta_f \equiv$ RA et $\phi_f \equiv$ Dec les coordonnées angulaires d'un pointé. Les vecteurs de la base cartésienne de ce pointé sont donnés par

$$\begin{cases} \mathbf{e}'_\mathbf{x} &= \cos\theta_f \cos\phi_f \ \mathbf{e}_\mathbf{x} + \sin\theta_f \cos\phi_f \ \mathbf{e}_\mathbf{y} + \sin\phi_f \ \mathbf{e}_\mathbf{z} \\ \mathbf{e}'_\mathbf{y} &= -\sin\theta_f \ \mathbf{e}_\mathbf{x} + \cos\theta_f \ \mathbf{e}_\mathbf{y} + 0 \ \mathbf{e}_\mathbf{z} \\ \mathbf{e}'_\mathbf{z} &= -\cos\theta_f \sin\phi_f \ \mathbf{e}_\mathbf{x} - \sin\theta_f \sin\phi_f \ \mathbf{e}_\mathbf{y} + \cos\phi_f \ \mathbf{e}_\mathbf{z} \end{cases} \tag{5.2}$$

Cette décomposition nous permet d'écrire la matrice de changement de base entre le référentiel d'un pointé $\mathcal{B}'$ et celui du relevé $\mathcal{B}$

$$R_{\mathcal{B}\leftarrow\mathcal{B}'} = \begin{pmatrix} \cos\theta_f \cos\phi_f & -\sin\theta_f & -\cos\theta_f \sin\phi_f \\ \sin\theta_f \cos\phi_f & \cos\theta_f & -\sin\theta_f \sin\phi_f \\ -\cos\theta_f \sin\phi_f & 0 & \cos\phi_f \end{pmatrix}. \tag{5.3}$$

Les coordonnées cartésiennes des sommets des quadrants dans le référentiel du pointé sont données par

$$\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta' \cos\phi' \\ \sin\theta' \cos\phi' \\ \sin\phi' \end{pmatrix} \tag{5.4}$$

En pratique, on obtient les coordonnées du champ de vue de ZTF pour chaque pointé en effectuant la transformation

$$\mathbf{x} = R_{\mathcal{B}\leftarrow\mathcal{B}'}\mathbf{x}', \tag{5.5}$$

pour les quatre coins de chacun des 64 quadrants du champ de vue. Les coordonnées

angulaires dans le référentiel du relevé sont données par

$$\begin{cases} \theta &= \arctan 2(y,x) \\ \phi &= \arcsin\left(\frac{z}{||\mathbf{x}||}\right) \end{cases} \tag{5.6}$$

Une fois toutes les coordonnées des points transformées on les relie pour obtenir des polygones, qui constituent notre champ. Chaque champ ainsi obtenu est utilisé pour sélectionner les pointés dans lesquels sont observées chacune des SNe Ia simulées.

5.2 Utilisation d'un catalogue N-*body*

Dans la simulation dont nous avons besoin, le champ de vitesse doit correspondre à un champ de vitesse "cosmologique". C'est à dire que les vitesses à différentes postions sont corrélées entre elles en adéquation avec le spectre de puissance P_{vv} correspondant avec la cosmologie simulée. Pour cela on va utiliser en entrée de notre simulateur un catalogue issu d'une simulation N-body.

5.2.1 Les simulations N-*body*

Les simulations N-*body* sont aujourd'hui un outil essentiel à la cosmologie. Il s'agit de "boites univers" dans lesquelles on va générer et faire évoluer des particules selon le modèle cosmologique et les lois de la gravité choisies. Les positions des particules sont générées à un *redshift* assez grand pour que la physique y soit linéaire. Les particules évoluent ensuite jusqu'à différent *redshifts*. Les images de ces boites à différents *redshifts* permettent d'obtenir des simulations d'un univers à différentes époques. Les images à différents *redshifts* peuvent aussi être combinées pour obtenir une simulation dite en "cône de lumière". Dans ce type de simulation les distributions des positions et des vitesses des particules évoluent avec le *redshift* en accord avec le modèle cosmologique utilisé. Les particules dans une boite peuvent être regroupées en halos, ceux-ci correspondent aux structures de matière. De tels catalogues sont ensuite utilisés afin de préparer les futures analyses cosmologiques.

Il existe de nombreuses simulations N-*body*, les plus courantes permettent d'obtenir une distribution de particules de matière noire, généralement rassemblées en halos, comme par exemple AbacusSummit (Garrison et al. 2018) ou OuterRim (Heitmann et al. 2019). D'autres simulations, généralement de tailles plus réduites, proposent d'ajouter la physique baryonique à l'aide de simulation hydrodynamique, c'est le cas de IllustrisTNG (Springel et al. 2018) par exemple. Enfin, certaines simulations utilisent des méthodes plus avancées pour simuler des effets réalistes de la présence de matière sur nos observations (lentillage gravitationnel, vitesses particulières), des exemples sont les simulations RayGal (Rasera et al. 2022) et Mice (Fosalba et al. 2015).

5.2.2 La simulation OuterRim

Lors des travaux menés pendant ma thèse le choix d'une simulation *N-body* s'est tourné vers la simulation OuterRim (HEITMANN et al. 2019). Cette simulation est en accès libre et a été utilisée dans de nombreux travaux récents de eBOSS (GIL-MARÍN et al. 2018; HOU et al. 2018; ZARROUK et al. 2018; AVILA et al. 2020; ROSSI et al. 2021; SMITH et al. 2020) et dans les simulations DC2 de l'observatoire Vera Rubin (LSST DARK ENERGY SCIENCE COLLABORATION et al. 2021). Il s'agit d'une simulation *N-body* dans une boite cubique d'arête $L = 3$ Gpc.h^{-1}. La cosmologie fiducielle utilisée dans OuterRim est celle du modèle ΛCDM en univers plat ($k = 0$). Les paramètres cosmologiques de la simulation sont donnés dans la Table 5.1.

TABLEAU 5.1 – Paramètres cosmologiques de la simulation *OuterRim*. H_0 est donné en km.s^{-1}.Mpc^{-1}

H_0	$\omega_{\rm cdm}$	$\omega_{\rm b}$	n_s	σ_8	f	$f\sigma_8$
71	0.1109	0.02258	0.963	0.800	0.478	0.382

Puisque le relevé ZTF est un relevé à bas *redshift*, nous avons utilisé la version de cette simulation à $z = 0$. Cette simplification néglige le fait que les distributions de matière et des vitesses varient avec le *redshift*. Dans l'intervalle de *redshift* $0 < z < 0.1$ $f\sigma_8$ varie d'environ 5%. Les effets de cette variation sont ici ignorés mais pourront faire l'objet d'analyses complémentaires à l'aide de simulations en cône de lumière. On découpe la boite de OuterRim en 27 sous-boites de côté $L = 1$ Gpc.h^{-1}. Chacune d'elle permet de simuler une réalisation indépendante de ZTF avec un *redshift* maximum $z_{\rm max} \sim 0.17$.

5.2.3 Du N-body au catalogue d'hôtes de SNe Ia

On veut donner aux SNe Ia simulées les vitesses correspondant au champ de vitesse de la simulation N-body. Pour cela on va attribuer à chaque SN Ia un hôte qui correspond à un halo du catalogue de cette simulation. Chaque SN Ia hérite ensuite de la position et de la vitesse de son hôte. Ce choix est une simplification, dans la réalité chaque SN Ia est associée à une galaxie hôte et non pas à un halo. La position ainsi que la vitesse propre de la galaxie hôte sont alors légèrement différentes de celles du halo. Il faut ajouter que le taux d'explosion et les caractéristiques des SNe Ia au sein d'une galaxie peuvent varier en fonction des propriétés intrinsèques de la galaxie. Nous avons décidé de laisser ces points à des investigations futures.

Pour créer notre relevé à partir du catalogue, on choisit un observateur que l'on place à la position $\mathbf{x}_{\rm obs} = (x_{0,\rm obs}, x_{1,\rm obs}, x_{2,\rm obs})$. Les coordonnées de chaque halo de position initiale $\mathbf{x}_i = (x_{0,i}, x_{1,i}, x_{2,i})$ deviennent

$$\tilde{\mathbf{x}}_i = \mathbf{x}_i - \mathbf{x}_{\rm obs} = \begin{pmatrix} x_{0,i} - x_{0,\rm obs} \\ x_{1,i} - x_{1,\rm obs} \\ x_{2,i} - x_{2,\rm obs} \end{pmatrix}. \tag{5.7}$$

Dans le cadre d'un univers plat, les distances comobiles sont alors

$$r_i = \|\tilde{\mathbf{x}}\| = \sqrt{\sum_{j=0}^{2} \tilde{x}_{j,i}^2}, \tag{5.8}$$

et les coordonnées angulaires

$$\theta_i = \arctan2(\tilde{x}_{1,i}, \tilde{x}_{0,i}) \tag{5.9}$$

$$\phi_i = \arcsin\left(\frac{\tilde{x}_{2,i}}{r_i}\right). \tag{5.10}$$

où θ est l'équivalent de l'ascension droite (RA) et ϕ est l'équivalent de la déclinaison (Dec).

On obtient le *redshift* en inversant numériquement la relation $z_{\cos} - r(z_{\cos})$ dans la cosmologie fiducielle

$$z_{\cos,i} = r_{\text{fid}}^{-1}(r_i). \tag{5.11}$$

Les vitesses sur la ligne de visée sont calculées à partir du vecteur vitesse des halos $\mathbf{v}_i = (v_{0,i}, v_{1,i}, v_{2,i})$ comme

$$v_{p,i} = \frac{\mathbf{v}_i.\tilde{\mathbf{x}}_i}{r_i} = \frac{1}{r_i}\sum_{j=0}^{2} v_{j,i}\tilde{x}_{j,i}. \tag{5.12}$$

Les quantités nécessaires à la simulation du relevé de SNe Ia sont $z_{\cos,i}$, θ_i, ϕ_i et $v_{p,i}$.

5.3 Étapes de la simulation d'un relevé de SNe Ia avec SNSim

Dans cette section, on va décrire les différentes étapes de la simulation du relevé.

5.3.1 Nombre de SNe Ia simulées

Le nombre de SNe Ia simulées est calculé en fonction d'un taux d'explosion r_v en N.Mpc^3.an^{-1} qui est donné en entrée du code. En général, ce taux peut être dépendant du *redshift*. Dans ce travail on va utiliser un taux d'explosion constant que l'on fixe à la valeur mesurée par PERLEY et al. 2020

$$r_{v,\text{mes}} = (2.35 \pm 0.24) \times 10^{-5}\ \text{SNe Ia.Mpc}^{-3}.\text{an}^{-1}. \tag{5.13}$$

Cette mesure de r_ν est donnée pour un paramètre de Hubble H_0 fixé tel que $h = 0.7$, il faut donc, comme pour M_B, changer le taux en fonction de la cosmologie fiducielle

$$r_\nu = r_{\nu,\text{mes}} \left(\frac{h_{\text{fid}}}{h} \right)^3 . \tag{5.14}$$

Le taux peut être constant ou fonction du *redshift* z. De plus la durée du relevé dans notre référentiel n'est pas identique à différents *redshifts*. On découpe donc notre volume d'univers en p coquilles d'épaisseur δz telle que

$$\delta_z = \frac{z_{\max} - z_{\min}}{p}, \tag{5.15}$$

avec $z_{\min}$ et $z_{\max}$ les limites en *redshift* de la simulation. Le taux d'explosion de SNe Ia pour une année dans le référentiel de l'observateur dans une petite coquille à un *redshift* moyen $\bar{z}_i$ est alors donné par

$$R_i = \frac{r_\nu(\bar{z}_i)}{1+\bar{z}_i} V_i, \tag{5.16}$$

où i est un entier $i \in \{0, \ldots, p-1\}$, le facteur $1+\bar{z}_i$ permet d'inclure la dilatation du temps aux différents *redshifts* avec le *redshift* moyen $\bar{z}_i$ donné par

$$\bar{z}_i = z_{\min} + (i+1)\frac{\delta_z}{2}, \tag{5.17}$$

et le volume V_i de chaque coquille est calculé comme

$$V_i = \frac{4\pi}{3} \left(r^3(z_{\min} + (i+1)\delta z) - r^3(z_{\min} + i\delta z) \right). \tag{5.18}$$

Le nombre moyen de SNe Ia à simuler est alors

$$\langle N \rangle = \Delta T \times \frac{\Omega_{\text{sky}}}{4\pi} \sum_i R_i, \tag{5.19}$$

où ΔT est la durée du relevé et Ω_{sky} l'angle solide du ciel dans lequel on va générer les SNe Ia. On peut faire l'hypothèse que le nombre de SNe Ia qui vont être observées suit une loi de Poisson de paramètre $\lambda = \langle N \rangle$. On tire enfin le nombre de SNe Ia simulées N selon cette loi de Poisson.

5.3.2 Attribution des positions et vitesses à l'aide du catalogue N-body

Notre simulation propose d'assigner un hôte du catalogue N-body à chaque SN Ia. Les SNe Ia ont alors les mêmes positions ($z_{\cos}$, RA, Dec) et vitesses que leurs hôtes. On tire N hôtes dans le catalogue, en donnant à chaque hôte un poids w_i en fonction de

son *redshift* z_i

$$w_i = \frac{r_v(z_i)}{1+z_i}\left(\sum_j \frac{r_v(z_j)}{1+z_j}\right)^{-1}, \tag{5.20}$$

afin de préserver l'évolution du taux en fonction du *redshift*. Le *redshift* observé de chaque SN Ia est calculé comme

$$z_{\mathrm{obs},i} = (1+z_{\mathrm{cos},i})\left(1+\frac{v_{p,i}}{c}\right) - 1. \tag{5.21}$$

5.3.3 Génération des paramètres de *stretch* x_1 et de couleur c

Plusieurs travaux ont étudié la distribution des paramètres x_1 et c. On présente ici les distributions utilisées dans CARRERES et al. 2023.

Les paramètres x_1 sont générés selon la distribution de NICOLAS et al. 2021 (Eq. 2) basée sur l'existence de deux populations de SNe Ia l'une jeune et l'autre plus ancienne

$$\mathcal{P}(x_1|z) = \delta(z)\mathcal{N}(\mu_1,\sigma_1) + (1-\delta(z))\left[a\mathcal{N}(\mu_1,\sigma_1) + (1-a)\mathcal{N}(\mu_2,\sigma_2)\right], \tag{5.22}$$

où $a = 0.51$, $\mu_1 = 0.37$, $\sigma_1 = 0.61$, $\mu_2 = -1.22$, $\sigma_2 = 0.56$ et $\delta(z)$ la fonction de répartition des deux populations, telle que

$$\delta(z) = \left(K^{-1}(1+z)^{-2.8}+1\right)^{-1}, \tag{5.23}$$

avec $K = 0.87$. Toutes les valeurs numériques proviennent de NICOLAS et al. 2021.

La distribution des paramètres de couleur c est prise de SCOLNIC et KESSLER 2016. Il s'agit d'une loi normale asymétrique

$$\mathcal{P}(c) = \sqrt{\frac{2}{\pi(\sigma_{\mathrm{high}}+\sigma_{\mathrm{low}})}}\begin{cases}\exp\left(-\frac{(c-\bar{c})^2}{2\sigma_{\mathrm{low}}^2}\right) & \text{if } c < \bar{c}\\ \exp\left(-\frac{(c-\bar{c})^2}{2\sigma_{\mathrm{high}}^2}\right) & \text{if } c > \bar{c}\end{cases}. \tag{5.24}$$

La Table 1 de SCOLNIC et KESSLER 2016 donne des résultats pour les paramètres $\bar{c}$, σ_{low} et σ_{high}. Ces résultats indiquent une dépendance en fonction du redshift.

Les distributions de x_1 et c sont tracées dans la Fig. 5.3.

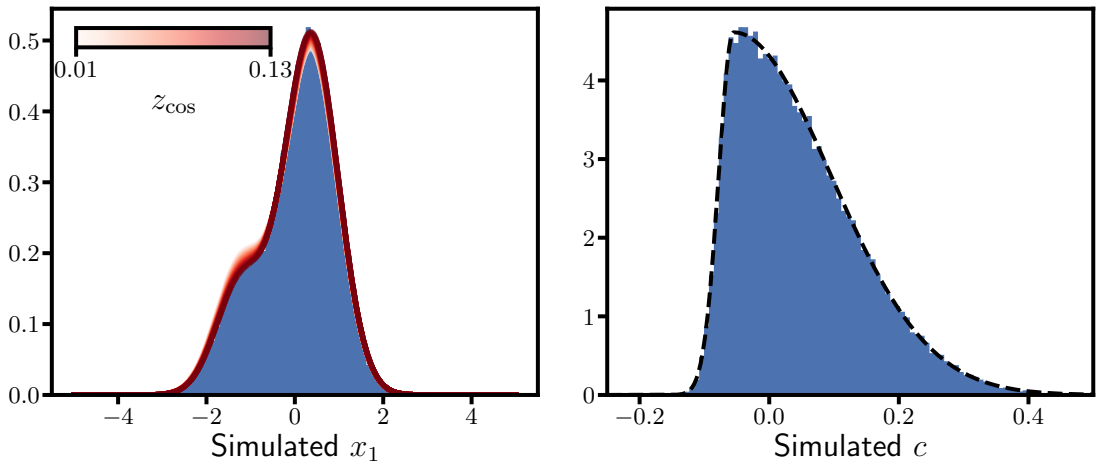


FIGURE 5.3 – Distributions simulées (en bleu) des paramètres de *stretch* et de couleur. La distribution de gauche est la distribution du paramètre de stretch x_1 de NICOLAS et al. 2021, il s'agit d'un mélange de deux gaussiennes dont la proportion dépend du redshift (représenté par la variation de l'enveloppe rouge). Elle représente les populations de SNe Ia qui ont pour hôte des galaxies plus jeunes (enveloppe rouge foncé) ou plus vieilles (enveloppe rouge clair) . La distribution de droite est la distribution du paramètre de couleur c de SCOLNIC et KESSLER 2016, il s'agit d'une gaussienne asymétrique dont le modèle théorique est tracé en pointillés noirs.

.

5.3.4 Calcul de la magnitude m_B et du paramètre x_0

La magnitude au pic dans la bande Bessel-B des SNe Ia simulées est donné par

$$m_{B,i} = \mu_i + M_{B,i}, \tag{5.25}$$

où μ_i est le module de distance d'une SN Ia et se calcule comme

$$\mu_i = \mu_{\text{model}}(z_{\cos,i}) + 10\log_{10}\left(1 + \frac{v_{p,i}}{c}\right), \tag{5.26}$$

et $M_{B,i}$ est la magnitude absolue d'une SN Ia donnée par la relation de Tripp (Eq.3.34)

$$M_{B,i} = M_B - \alpha x_{1,i} + \beta c_i + \sigma_{\text{int},i}, \tag{5.27}$$

où $\sigma_{\text{int},i}$ est la réalisation pour une SN Ia de la dispersion intrinsèque des magnitudes absolues des SNe Ia après standardisation. La méthode la plus simple pour modéliser cette dispersion est une loi normale

$$\mathcal{P}(\sigma_{\text{int}}) = \mathcal{N}(0, \sigma_M), \tag{5.28}$$

où σ_M est l'écart-type de la dispersion. Une fois le paramètre m_B déterminé il est converti en paramètre x_0 par la formule

$$x_{0,i} = 10^{-0.4(m_{B,i}-ZP_{AB})}\left(\int_0^{+\infty}\phi_{x_{1,i},c_i}(0,\lambda)\,T_B(\lambda)\frac{\lambda}{hc}d\lambda\right)^{-1}, \tag{5.29}$$

où $\phi_{x_{1,i},c_i}$ est le modèle spectro-temporel de SALT2, $T_B(\lambda)$ est la transmittance du filtre Bessel-B et ZP_{AB} est le point zéro du système de magnitude AB tel que

$$ZP_{\mathrm{AB}} = \int_0^{+\infty}\phi_{\mathrm{AB}}T_B(\lambda)\frac{\lambda}{hc}d\lambda. \tag{5.30}$$

5.3.5 Flux "vrai"

Après avoir généré les paramètres de localisation temporelle, t_0, et spatiale, (z, RA, Dec) de chaque SN Ia, on extrait de la liste d'observations celles pour lesquelles la SN Ia est observée. On génère ensuite les flux correspondants à ces observations. A l'aide de la librairie `SNCosmo` on peut générer un flux en ADU dans une bande b tel que

$$\begin{aligned}F^{\mathrm{true}}_{b,i}(p_{\mathrm{obs}}) &= x_0(1+z)10^{-0.4(ZP_{\mathrm{AB}}-ZP)}\\ &\times\int_0^{+\infty}\phi_{x_1,c}\left(\frac{p_{\mathrm{obs}}}{1+z_{\mathrm{obs},i}},\lambda_s\right)T_{\mathrm{MWD}}(\lambda_{\mathrm{obs}})\,T_b(\lambda_{\mathrm{obs}})\frac{\lambda_{\mathrm{s}}}{hc}d\lambda_{\mathrm{s}},\end{aligned} \tag{5.31}$$

où $T_b(\lambda_{\mathrm{obs}})$ est la transmittance de la bande b et $T_{\mathrm{MWD}}(\lambda_{\mathrm{obs}})$ est l'extinction due à la poussière de la Voie Lactée.

5.3.6 Flux réaliste

Il nous faut modéliser le bruit de chaque observation. Puisque le compte de photon est un processus poissonnien on a une variance

$$\sigma^2_{F_p} = F_p. \tag{5.32}$$

Cependant, le signal mesuré n'est pas directement le nombre de photons mais un signal F en ADU tel que

$$F = \frac{F_p}{G}, \tag{5.33}$$

avec G le gain. La variance poissonnienne sur le flux F est

$$\sigma^2_P = \frac{F}{G}. \tag{5.34}$$

En plus du bruit poissonnien, des bruits dus aux conditions d'observations affectent la mesure du flux, comme par exemple le bruit de fond du ciel. Ces bruits sont inclus dans la magnitude limite à 5-σ et peuvent être obtenus à partir de cette dernière. Si

on rassemble ces bruits sous la notation de bruit de ciel σ_{sky} on a

$$\frac{F_{5\sigma}}{\sigma_{F_{5\sigma}}} = \frac{F_{5\sigma}}{\sqrt{\sigma_P^2 + \sigma_{\text{sky}}^2}} = 5 \tag{5.35}$$

Sur la Fig. 5.4 on a représenté l'histogramme 2D du rapport entre le bruit poissonnien et le bruit du ciel (resp. σ_P^2 et σ_{sky}^2) en fonction du flux équivalent à 5-σ pour les données de 4 ans d'observations de ZTF. On remarque que pour l'erreur du flux à 5-σ le bruit poissonnien a une contribution inférieure à 10%. On peut donc approximer

$$\sigma_{\text{sky}} \simeq \frac{1}{5} F_{5\sigma} = \frac{1}{5} 10^{-0.4(m_{5\sigma} - ZP)}. \tag{5.36}$$

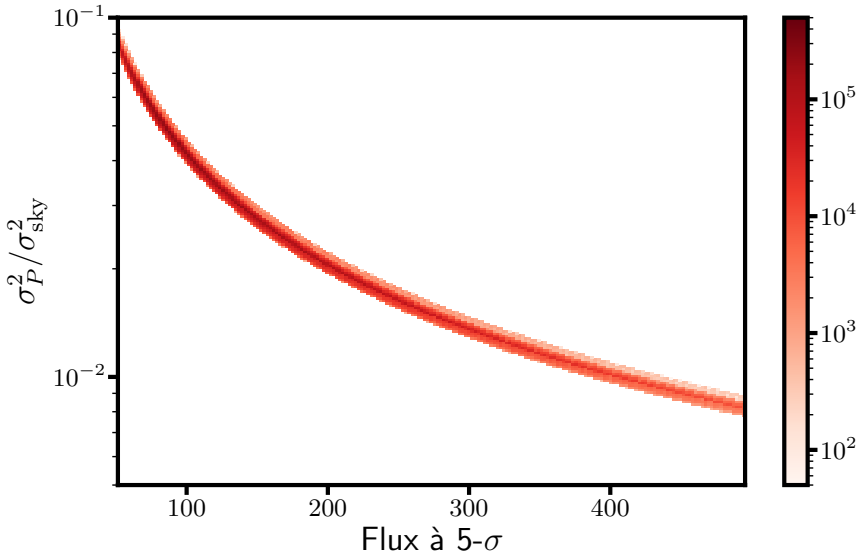


FIGURE 5.4 – Histogramme 2D du rapport entre la variance poissonnienne et la variance due au bruit du ciel en fonction du flux équivalent à 5-σ.

Pour pouvoir comparer les flux entre eux, la mesure du point zéro est nécessaire. Cette mesure possède une erreur σ_{ZP}. Si l'on note le flux calibré

$$F_{\text{cal}} = F \times 10^{0.4ZP}, \tag{5.37}$$

l'erreur sur ce flux calibré est donnée par

$$\sigma^2_{F_{\text{cal}}} = \left(\sigma_F 10^{0.4ZP}\right)^2 + \left(F\frac{\partial}{\partial ZP}10^{0.4ZP}\right)^2 \tag{5.38}$$

$$= \left(\sigma_F 10^{0.4ZP}\right)^2 + \left(F\frac{\ln 10}{2.5}\sigma_{ZP}10^{0.4ZP}\right)^2 \tag{5.39}$$

$$= \left(\sigma_F^2 + \left(F\frac{\ln 10}{2.5}\sigma_{ZP}\right)^2\right) \times \left(10^{0.4ZP}\right)^2. \tag{5.40}$$

On peut finalement inclure le terme d'erreur de calibration dans l'erreur du flux

$$\sigma_F^2 = \frac{F}{G} + \sigma^2_{\text{sky}} + \left(\frac{\ln 10}{2.5}F\right)^2 \sigma^2_{ZP}. \tag{5.41}$$

Le flux en sortie de la simulation est une réalisation gaussienne

$$F \sim \mathcal{N}(F_{\text{true}}, \sigma_F). \tag{5.42}$$

Nous avons ici considéré que toutes les observations sont indépendantes. De plus, dans notre modèle d'erreur nous avons négligé certains bruits tels que celui dû au flux de la galaxie hôte, mais aussi les systématiques liées à la calibration. On ne s'attend pas à ce que ces sources d'erreurs aient un effet très important sur notre mesure de $f\sigma_8$ mais cela devra être vérifié dans de futurs travaux.

La Fig. 5.5 représente trois courbes de lumière de ZTF simulées avec `SNSim` à trois *redshifts* différents : la première à un *redshift* très proche $z = 0.01$, la seconde à un *redshift* intermédiaire $z = 0.07$ et la dernière à un *redshift* plus lointain $z = 0.12$. On peut y voir l'évolution des erreurs sur les mesures de flux.

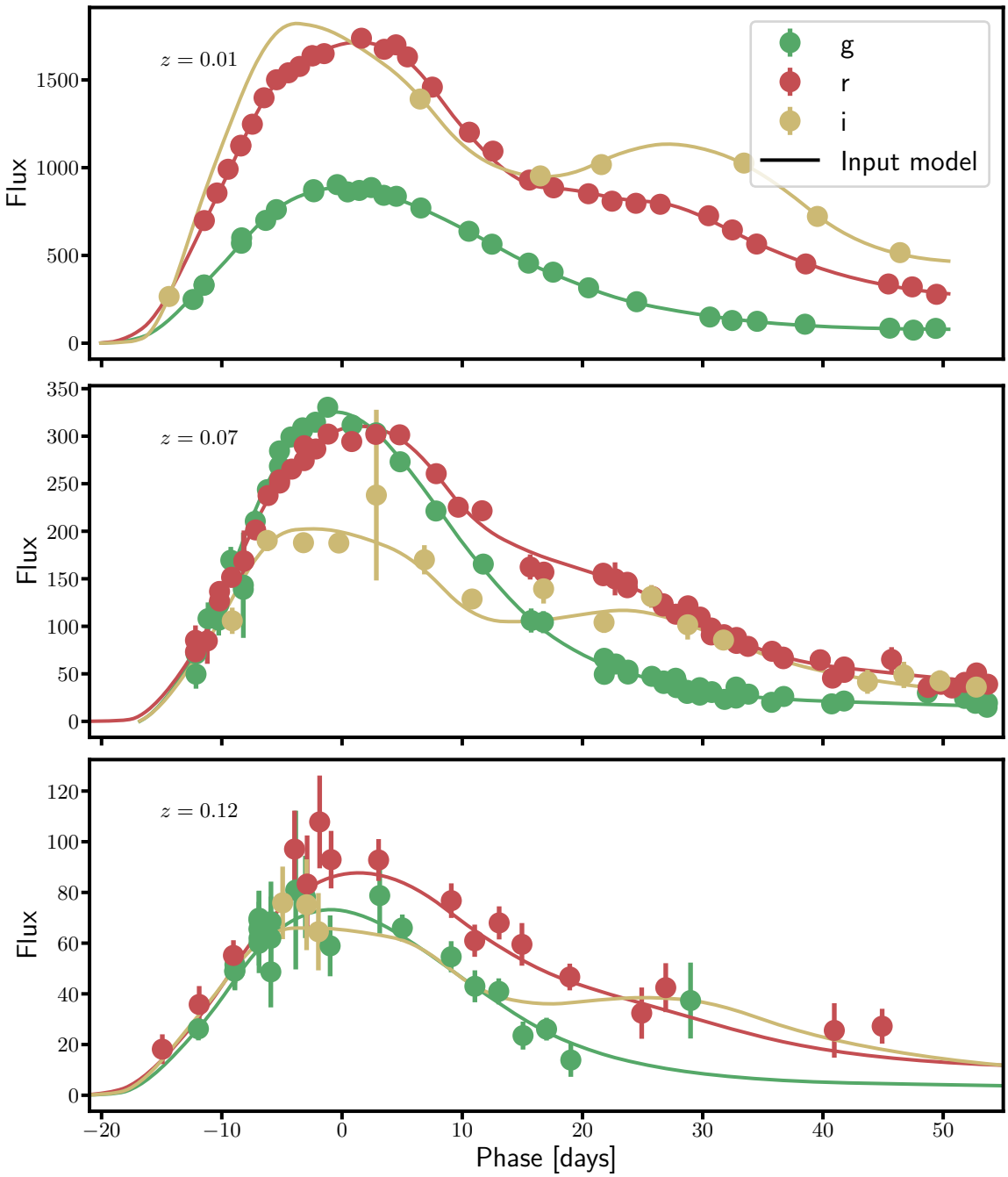


FIGURE 5.5 – Exemples de trois courbes de lumière aux *redshift* $z = 0.01$, $z = 0.07$ et $z = 0.12$, dans une simulation du relevé ZTF avec `SNSim`.

5.4 Ajout de fonction de sélection

Le biais de sélection (parfois appelé biais de Malmquist) est décrit pour la première fois dans (MALMQUIST 1922 ; MALMQUIST 1925). Il survient dans les relevés limités en

magnitude où l'on remarque, à partir d'une certaine distance, que seuls les objets les plus brillants peuvent être observés. Ce biais mène à l'observation d'une population de SNe Ia incomplète.

Le biais de sélection a pour origine la limite observationnelle du relevé mais aussi les choix de critères de qualité que nous appliquons pour sélectionner les SNe Ia à utiliser lors de notre analyse. Nous allons donc prendre en compte ces effets dans notre simulation.

5.4.1 Limite de détection

Plus une source est éloignée, plus son flux de photons diminue, jusqu'à ce que celui-ci soit trop faible pour être détecté. La Fig. 5.6 représente la magnitude au pic d'une SN Ia dans la bande ztf-g en fonction du *redshift*. On a aussi tracé la médiane de la magnitude à 5-σ de ZTF dans cette même bande. On peut voir que la magnitude limite est atteinte aux alentours de $z \sim 0.2$.

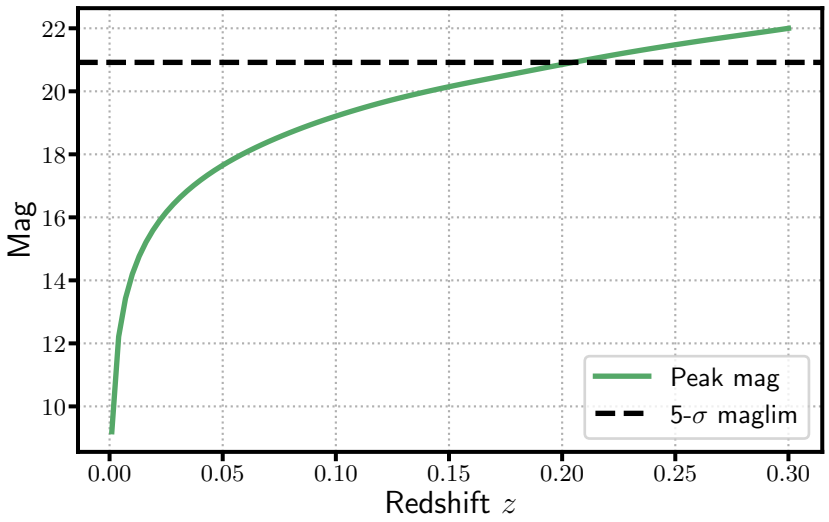


FIGURE 5.6 – Magnitude observée dans la bande ztf-g pour une SN Ia ($x_1 = c = 0$) en fonction du *redshift*. La ligne noire en pointillé représente la valeur médiane de la magnitude limite à 5-σ.

Une SN Ia nécessite plusieurs mesures à des dates différentes pour être utilisable dans une analyse cosmologique, dans la simulation réalisée dans CARRERES et al. 2023 nous avons décidé de modéliser la limite de détection en demandant d'avoir au moins 2 mesures de flux avec un SNR > 5.

5.4.2 La sélection d'identification spectroscopique

L'identification des SNe Ia permet de ne conserver dans l'analyse que les SNe Ia qui ont les propriétés de chandelles *standard*.

Le relevé ZTF bénéficie d'un suivi spectroscopique qui permet, par la mesure du spectre des objets observés, leur identification. Ce suivi spectrométrique est décrit dans PERLEY et al. 2020 et se présente sous la forme d'un catalogue de SNe identifiées appelé *Bright Transient Survey* (BTS). L'efficacité d'identification est donnée dans la Figure 4 de PERLEY et al. 2020, elle permet de déterminer la fonction de sélection, c'est à dire la probabilité d'identification en fonction de la magnitude. Cette fonction est représentée dans la Figure 5.7, on voit que les SNe Ia observées par ZTF avec une magnitude $m < 17$ sont identifiées à 100%, cette efficacité d'identification diminue ensuite et atteint $\sim 90\%$ pour une magnitude observée de $m \sim 18.5$, pour $18.5 < m < 19$ l'efficacité passe de 90% à 50%. Au-delà, pour des magnitudes $m > 19$ l'identification n'est pas réalisée et la probabilité d'identification est donc nulle.

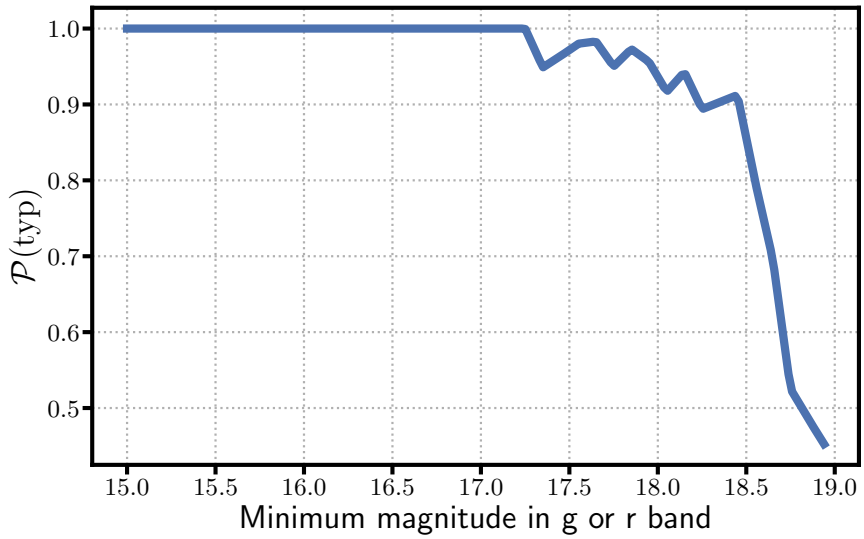


FIGURE 5.7 – Fonction de sélection BTS, la probabilité d'identification est représentée en fonction de la magnitude minimum dans la bande r ou g de ZTF.

Les SNe identifiées dans le catalogue BTS sont soumises à des critères de sélection supplémentaires décrits dans la section 2.3 de PERLEY et al. 2020. Dans CARRERES et al. 2023, pour simuler l'effet de cette sélection, nous avons décidé d'appliquer les trois premiers :

— Au moins une observation avant le pic de luminosité observé, tel que $-16.5 < t - t_{\text{peak}} < -7.5$ jours ;
— Autour du pic, au moins une observation telle que $-7.5 < t - t_{\text{peak}} < -2.5$ ou $2.5 < t - t_{\text{peak}} < 7.5$;
— Après le pic de luminosité, au moins une observation telle que $7.5 < t - t_{\text{peak}} < 16.5$ ou deux observations, dont une telle que $2.5 < t - t_{\text{peak}} < 7.5$ et une telle que $16.5 < t - t_{\text{peak}} < 28.5$

où t_{peak} est la date de l'observation la plus lumineuse avec un SNR > 5.

Pour reproduire un catalogue de SNe Ia comparable à celui de la DR2, on va, après la simulation, appliquer les critères de sélection puis procéder à un tirage aléatoire selon

la loi de probabilité de la figure 5.7. Pour ce tirage, on utilise la magnitude minimum dans la bande g ou r. Pour éviter des magnitudes aléatoirement basses on ne considère que les observations avec un SNR > 5.

5.4.3 Jeux de données simulés

A l'aide des étapes décrites dans les sections précédentes, nous avons simulé deux réalisations de ZTF différentes pour chacune de nos 27 sous-boites. La première est une réalisation où l'on a augmenté le taux de supernovae pour le faire correspondre à l'équivalent de six ans de prise de données. La seconde simulation est similaire à la DR2 de ZTF (Rigault et al. in prep.) qui regroupe les SNe Ia observées sur les trois premières années de ZTF entre mars 2018 et décembre 2020.

5.5 Comparaison de la simulation à la DR2 de ZTF

Le travail de simulation reste imparfait et doit être comparé aux données pour identifier les différences et être correctement interprété. Dans cette section on compare la simulation aux données de la DR2 de ZTF. Pour faire la comparaison on va utiliser les supernovae de la DR2 qui ont été identifiées comme de type Ia et on va appliquer des coupures identiques pour rendre notre simulation de la DR2 comparable aux données. Ainsi, on choisit de sélectionner l'intervalle de *redshift* $0.01 < z < 0.12$ et l'intervalle de temps 58270 MJD $< t_0 <$ 59210 MJD.

Notre sélection est basée sur l'identification des SNe Ia par BTS, or certaines SNe Ia de la DR2 sont identifiées par d'autres relevés. On restreint donc les données aux SNe Ia présentes dans BTS et qui satisfont les coupures utilisées dans la simulation. On a alors 1948 SNe Ia dans les données contre 1831 en moyenne dans notre simulation. Une partie des différences dans le nombre de SNe Ia peut provenir du taux d'explosion utilisé dans la simulation.

5.5.1 Distribution des *redshifts*

Dans la Fig. 5.8 on montre la distribution en *redshift* de la simulation (en rouge) par rapport aux SNe Ia de la DR2 identifiées dans BTS (en bleu).

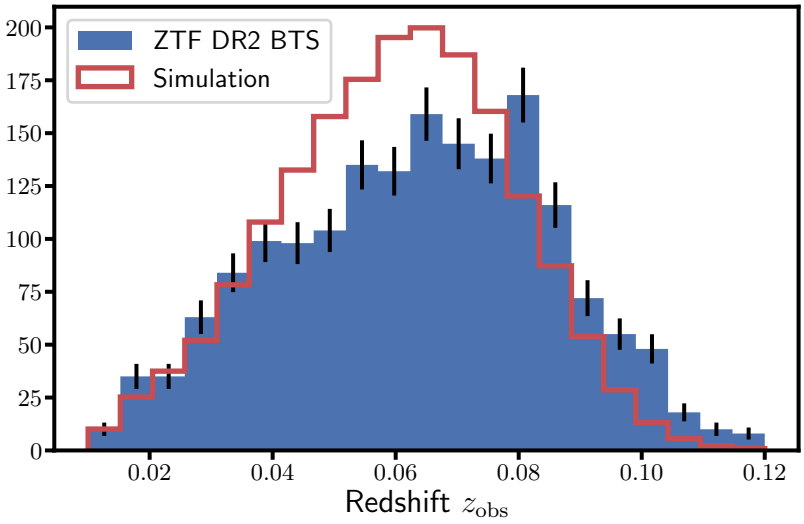


FIGURE 5.8 – Distribution en *redshift* des SNe Ia de la DR2 de ZTF et de la simulation.

5.5.2 Distribution des paramètres de SALT2

Sur la Fig. 5.9 on a représenté, de haut en bas, les paramètres x_0, x_1 et c. La distribution du paramètre x_0 de la simulation semble correspondre à ce que l'on trouve dans la DR2-BTS. Pour le paramètre de *stretch* x_1, on voit apparaître dans les données la distribution de mixture gaussienne proposée dans NICOLAS et al. 2021, mais la gaussienne à bas *redshift* semble avoir une valeur moyenne plus basse que celle trouvée dans NICOLAS et al. 2021 et utilisée dans notre simulation, les futures analyses permettront de mettre à jour le modèle. Pour les valeurs du paramètre de couleur c, on voit que la distribution de la simulation est proche de celle des données. Les différences, notamment au niveau du pic de la distribution, peuvent s'expliquer par le peu de statistique de SNe Ia à bas *redshift* disponible pour ajuster la distribution dans SCOLNIC et KESSLER 2016.

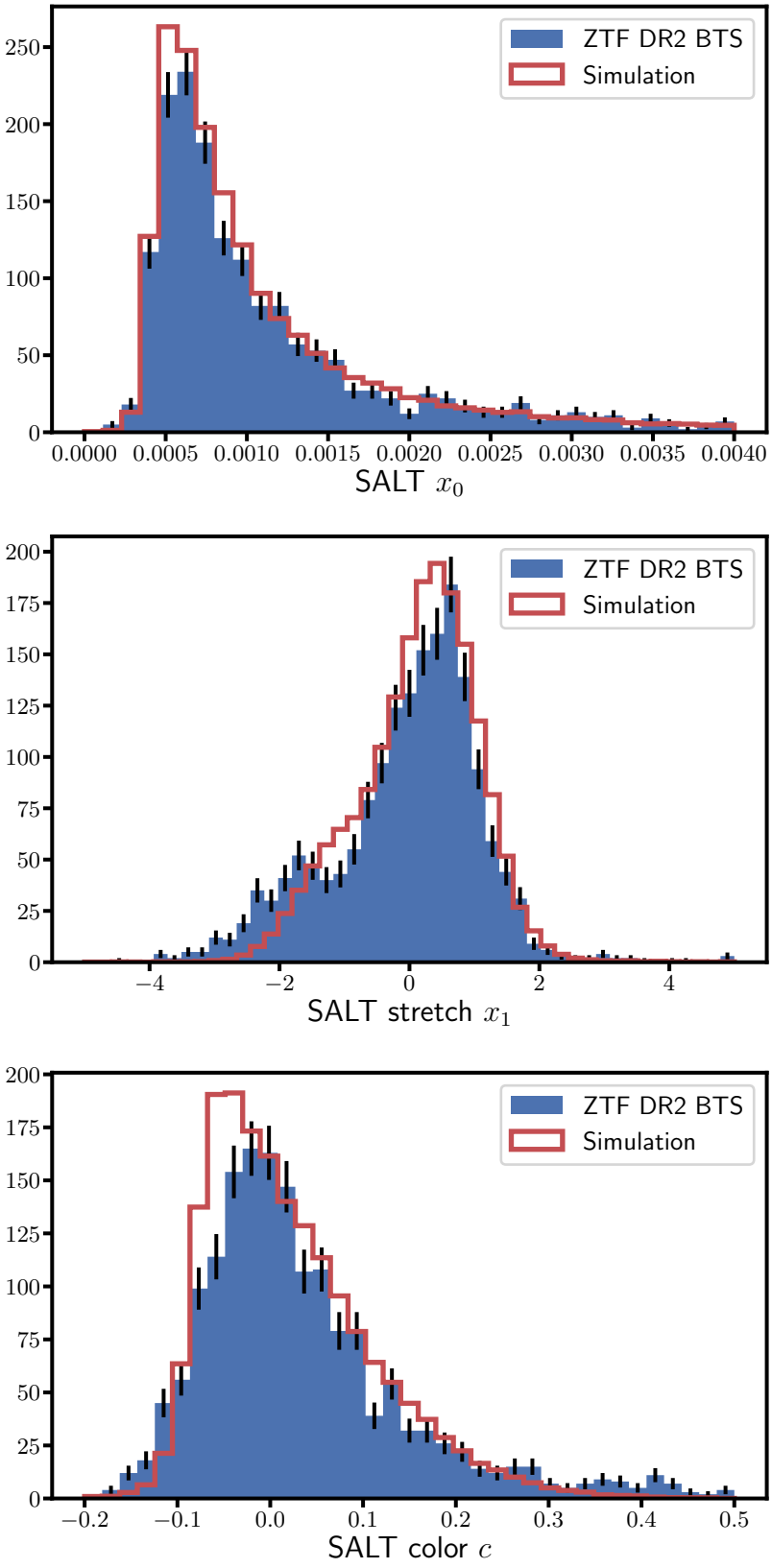


FIGURE 5.9 – Distribution des paramètre de SALT2 des SNe Ia de la DR2 de ZTF et de la simulation.

5.5.3 Flux, bruit et SNR

Dans la Fig. 5.10, on compare les flux, les erreurs et le SNR des observations de la DR2-BTS et de la simulation. Pour rendre les histogrammes comparables on applique un poids égal au rapport du nombre d'observations dans les données et dans la simulation. La correspondance en flux semble être correcte. Pour les erreurs, la simulation semble contenir un excès d'observations avec des faibles erreurs par rapport aux données.

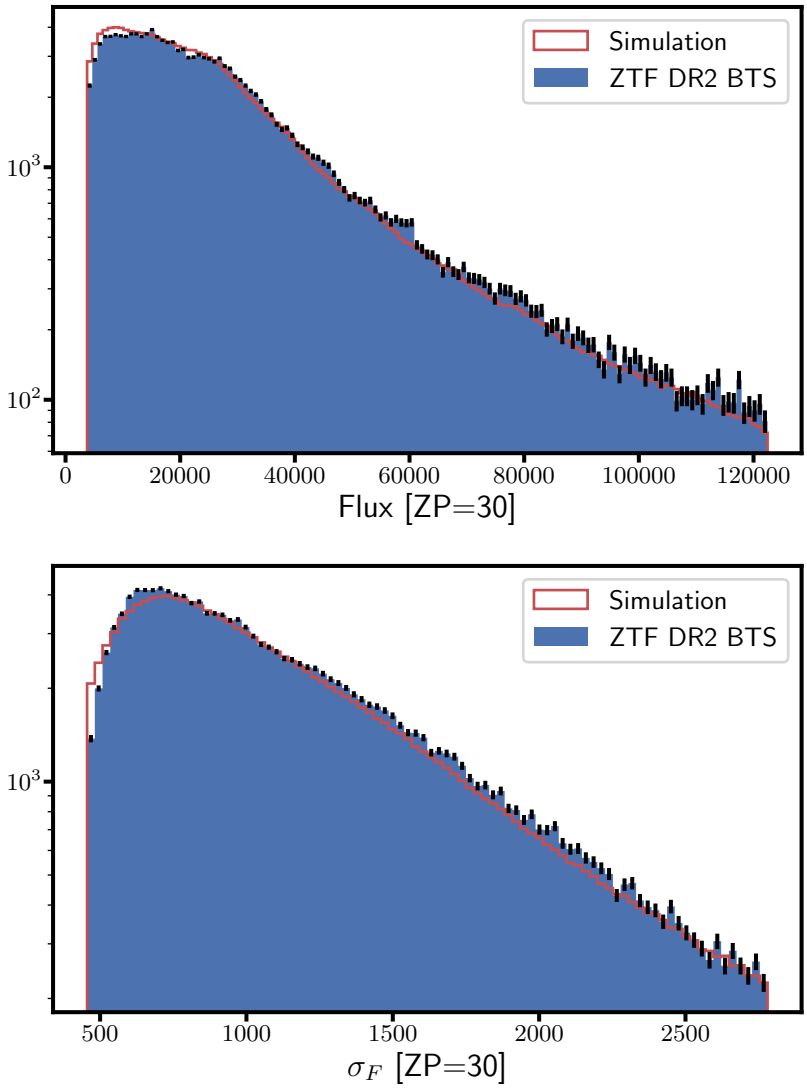


FIGURE 5.10 – Distribution des flux et des erreurs des observations de la DR2-BTS de ZTF (en bleu) et des simulations (en rouge). Les limites sont fixées comme les 1er et 95ème percentiles.

La Fig. 5.11 compare les distributions de SNR des observations de la DR2-BTS de ZTF et de la simulation. Les deux distributions semblables pour les valeurs de SNR < 20

diffèrent ensuite. On note que la simulation semble avoir un excès d'observation avec un SNR compris entre 20 et 40 par rapport aux données. À haut SNR la distribution de la simulation plafonne aux alentours d'une valeur de SNR égale à 100 tandis que les données possèdent une large queue de distribution au-delà.

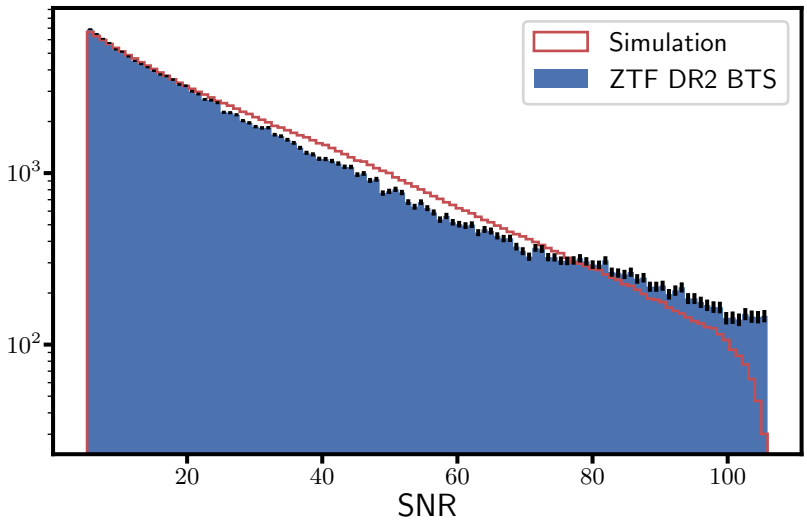


FIGURE 5.11 – Distribution du SNR des observations de la DR2-BTS de ZTF (en bleu) et des simulations (en rouge). Les limites sont fixées comme les 1er et 95ème percentiles.

Notre simulation même si elle permet une bonne reproduction des données présente quelques différences qui ne sont pas encore complètement comprises. Le développement de la nouvelle calibration pour la photométrie de ZTF (voir Sec. 4.3) devrait permettre une meilleure compréhension des erreurs et une meilleure prise en compte de celles-ci dans la simulation.

5.6 Étude de la simulation pour l'estimation des vitesses

L'utilisation de la simulation N-body *OuterRim* avec `SNSim` nous a permis de produire 27 réalisations indépendantes de ZTF avec un *redshift* compris entre 0.01 et 0.17. Ces simulations vont nous permettre d'étudier l'analyse de la mesure du taux de croissance des structures, dont l'étape préliminaire est l'estimation des vitesses.

5.6.1 Le biais de sélection

Comme discuté dans la Sec. 5.4, les fonctions de sélection du relevé reproduites dans notre simulation vont résulter en un biais de sélection que l'on veut étudier ici. La Fig. 5.12 représente la distribution angulaire des SNe Ia avant et après sélection, les

SNe Ia avant sélection sont représentées par des points bleus, les SNe Ia qui passent le critère de détection sont en vert et celles qui passent le critère d'identification sont en rouge. On voit l'effet de ces sélections en terme de position angulaire des SNe Ia. Les SNe Ia les plus filtrées sont celles dont la ligne de visée passe au travers du plan galactique, dont la densité d'étoiles et de poussière diminue la qualité des observations.

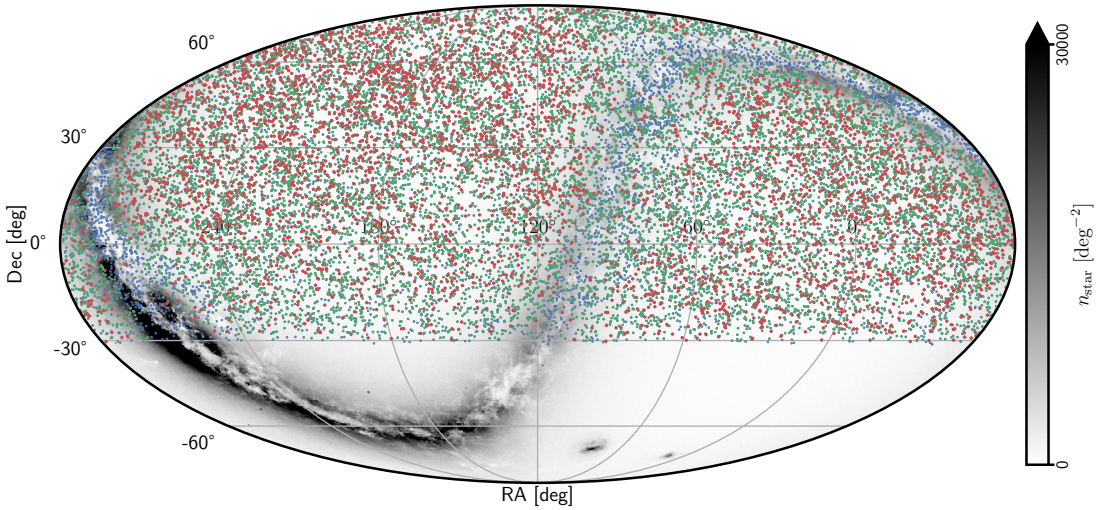


FIGURE 5.12 – Distribution angulaire des SNe Ia simulées dans l'une des réalisations de ZTF. Les SNe Ia avant sélection sont représentées en bleu, celles qui passent le critère de détection sont en vert et celles qui passent les critères de classification sont en rouge. L'arrière plan représente une carte de densité stellaire mesurée par le satellite Gaia.

Sur la Fig. 5.13, on montre l'effet de la sélection en terme de *redshift*. La partie haute de la figure montre la distribution en *redshift*. La partie basse représente la densité de SNe Ia en fonction du *redshift*. On voit que la distribution des SNe Ia avant sélection (en bleu) décroît en $(1+z)^{-1}$ dû au fait que la durée du relevé dans le référentiel de l'observateur est contractée à plus haut z. Les SNe Ia qui passent le critère de détection (en vert) voient leur nombre diminuer d'environ $\sim 40\%$ avec une distribution qui diminue plus vite que $(1+z)^{-1}$ quand le *redshift* augmente. La distribution des SNe Ia identifiées (en rouge) représente un peu moins de $\sim 40\%$ de la distribution avant sélection et est sujette à une rapide décroissance lorsque le *redshift* augmente, il ne reste quasiment plus de SNe Ia après $z \sim 0.10$.

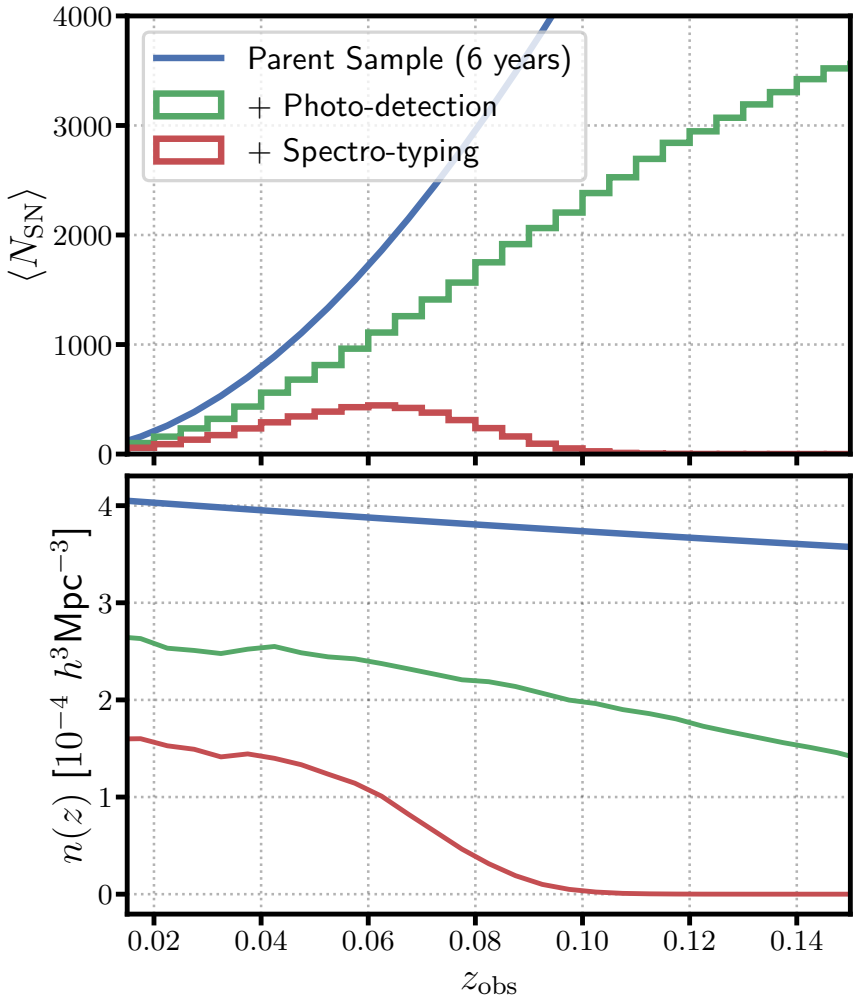


FIGURE 5.13 – *Haut* : Distribution des *redshifts* des SNe Ia. *Bas* : Densité des SNe Ia En bleu : SNe Ia avant sélection. En vert : SNe Ia après critères de détection. En rouge : SNe Ia après sélection d'identification spectrométrique.

La Fig. 5.14 représente le diagramme de Hubble construit avec les valeurs simulées des paramètres des SNe Ia. On voit que, pour les SNe Ia identifiées (en rouge), la distribution des résidus est biaisée vers les valeurs négatives. Il s'agit de l'effet du biais de sélection.

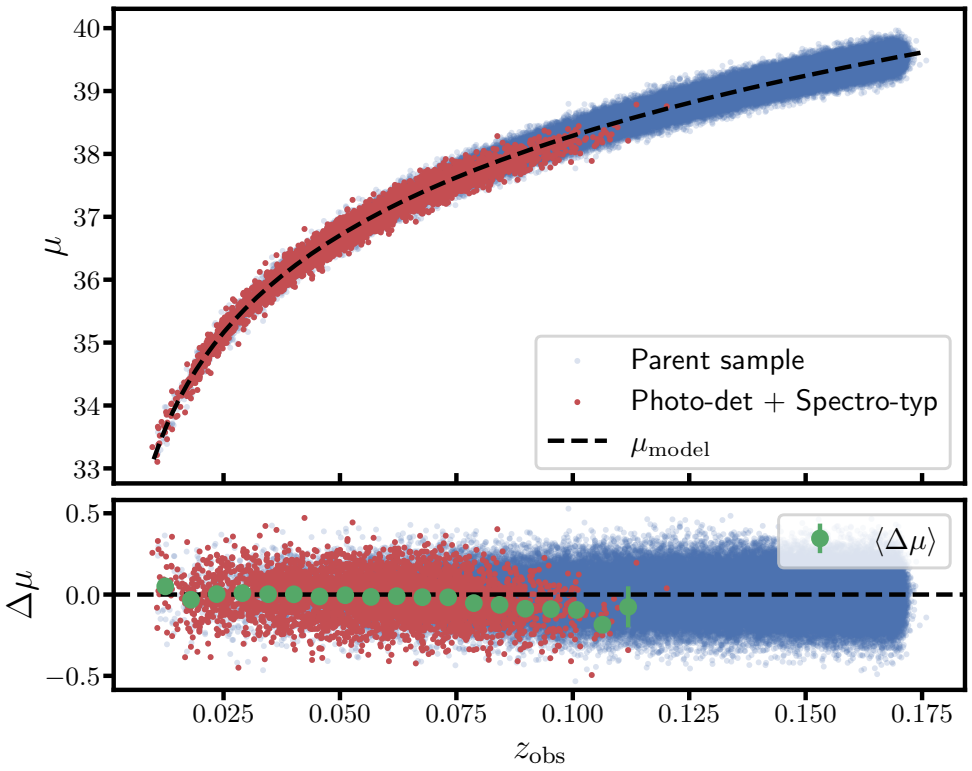


FIGURE 5.14 – Diagramme de Hubble et résidus des SNe Ia simulées. La totalité des SNe Ia simulées est représentée en bleu, les SNe Ia qui passent la sélection sont en rouge.

Cette sélection est purement liée à la magnitude des objets et n'introduit pas, à cette étape, un biais sur la population réelle des vitesses. C'est ce que l'on voit sur la figure 5.15 où l'on a représenté, en fonction du *redshift*, les vitesses des SNe Ia détectées et identifiées (en rouge), leur moyenne par bin de *redshift* (en vert) et la moyenne des vitesses dans la boite d'OuterRim d'origine (en bleu). Cette remarque pourrait se révéler différente pour les vraies données. Par exemple, la difficulté à détecter des SNe Ia dans les galaxies hôtes les plus massives pourrait induire un biais de sélection des vitesses si ces galaxies ont une distribution des vitesses significativement différentes de celle des autres galaxies.

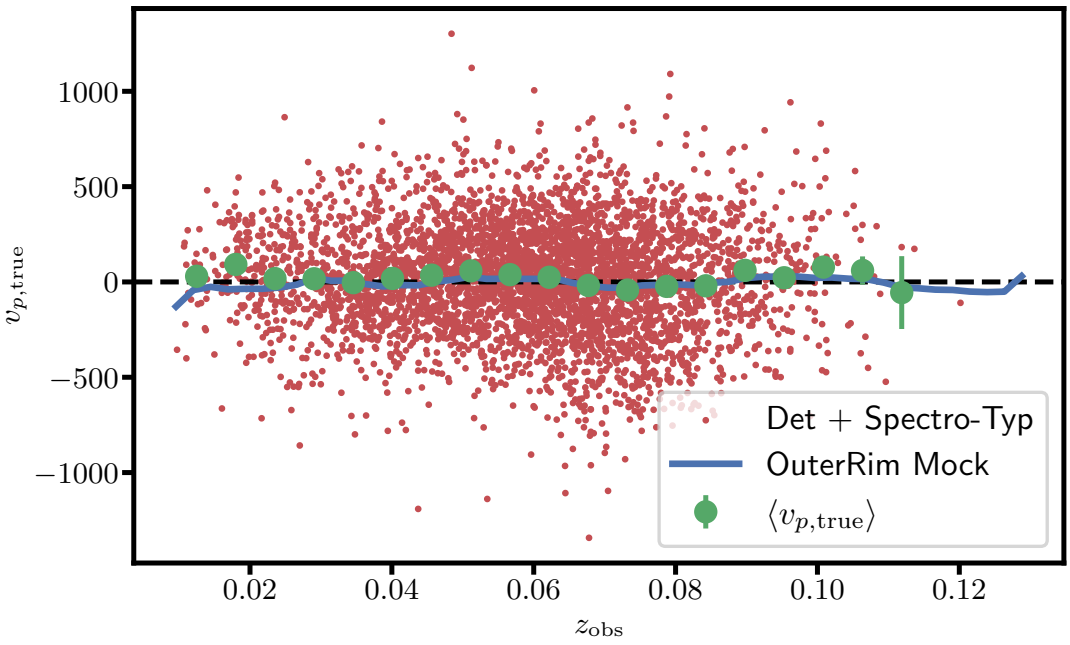


FIGURE 5.15 – Vitesses des hôtes des SNe Ia pour une des réalisations de ZTF en fonction du *redshift*. Les vitesses individuelles des hôtes sont en rouge, la moyenne par bin de *redshift* est en vert et la moyenne pour les vitesses de la boite OuterRim est représentée en bleu.

5.6.2 Ajustement des courbes de lumière

L'ajustement de chaque courbe de lumière est réalisée avec l'implémentation de l'algorithme d'ajustement de `SNCosmo`. Celui-ci utilise le minimiseur `Minuit` de la bibliothèque Python `iminuit` [7] (JAMES et ROOS 1975).

Lors de la première tentative, l'ajustement de certaines SNe Ia avait du mal à converger. Une première raison concerne les courbes de lumière avec un haut SNR, dont l'ajustement a un χ^2 excessivement grand (Fig. 5.16) qui signale une sous-estimation des erreurs ou une convergence de l'ajustement vers un faux minimum. Pour pallier ce problème, on fait un ajustement en deux étapes : lors de la première on minimise le χ^2 en augmentant artificiellement les erreurs sur les flux, ce qui permet d'éviter de tomber dans de faux minima. On réalise ensuite un second ajustement avec les vraies erreurs, mais en utilisant les paramètres trouvés dans la première itération comme point de départ. Une seconde raison pour la mauvaise convergence des ajustements est le grand nombre d'observations au bord des limites de définition de SALT2. En effet, lors de la minimisation du χ^2 on fait varier le paramètre de la date du pic de luminosité t_0. Cependant le modèle SALT2 est défini pour $-20 < t_s - t_0 < 50$. Au cours des itérations de la minimisation certaines observations rentrent et sortent du domaine de définition de SALT2, rendant l'ajustement instable. Ce problème est résolu

7. https://github.com/scikit-hep/iminuit

en supprimant de l'ajustement les points tels que $t - t_0 > 45$ ou $t - t_0 < -15$.

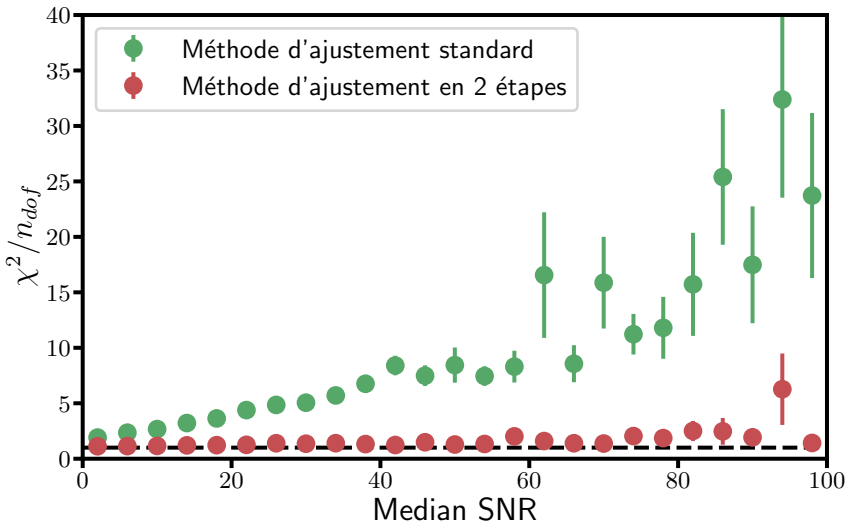


FIGURE 5.16 – χ^2 réduit moyen en fonction du signal sur bruit médian des courbes de lumière simulées. Les résultats pour la méthode d'ajustement standard sont représentés par les points verts, ceux pour la méthode d'ajustement en deux étapes sont représentés par les points rouges

Après l'ajustement on va appliquer des critères de qualité aux SNe Ia. Ces critères sont en partie repris de DHAWAN et al. 2021 et sont résumés dans la table 5.2.

Le premier critère est la bonne convergence de la minimisation du χ^2 par `Minuit`. Le deuxième critère est une probabilité de réjection du modèle avec $\alpha = 0.05$. Cette sélection équivaut à calculer pour chaque ajustement la valeur de "coupure" χ^2_{cut} telle que

$$\mathcal{P}\left(\chi^2 < \chi^2_{\text{cut}}\right) = 1 - \alpha \Leftrightarrow \int_0^{\chi^2_{\text{cut}}} f_\chi(x;k)\,dx = 1 - \alpha, \tag{5.43}$$

où $f_\chi(x;k)$ est la densité de probabilité de la loi du χ^2 à k degrés de liberté. L'ajustement de la SN Ia est rejeté si $\chi^2 > \chi^2_{\text{cut}}$. On peut faire la remarque ici que lorsque ce critère a été appliqué après la première tentative d'ajustement, seules ~ 63% des SNe Ia ont passé ce critère, la seconde méthode d'ajustement a permis de passer à ~ 85%. Les critères suivants assurent la qualité de l'ajustement des SNe Ia. On demande à avoir au moins trois points dans un intervalle de 10 jours autour du pic de luminosité. On écarte les SNe Ia dont les paramètres x_1 et c sont trop éloignés des distributions connues en ne conservant seulement les SNe Ia telles que $|x_1| < 3$ et $|c| < 0.3$. Pour retirer les ajustements avec de trop grandes erreurs on écarte les SNe Ia telles que $\sigma_{t_0} > 1$ ou $\sigma_{x_1} > 1$. Finalement, pour ne pas entrer dans le régime dans lequel les biais sur les vitesses particulières sont trop grands on impose $z_{\text{obs}} > 0.02$.

TABLEAU 5.2 – Critères de sélection appliqués aux SNe Ia de ZTF simulées pour reproduire un jeu de données pour les analyses cosmologiques.

Critères de sélection	**SNe Ia restantes %**	**⟨N⟩ SNe Ia**
Ajustement SALT2 valide	88.7	3830
$P_{\text{fit}} > 95\%$	84.9	3664
3 observations avec $\lvert p\rvert < 10$	89.7	3873
$\lvert x_1\rvert < 3$	89.5	3867
$\lvert c\rvert < 0.3$	88.8	3834
$\sigma_{t_0} < 1$	89.4	3862
$\sigma_{x_1} < 1$	89.3	3858
$z_{\text{obs}} > 0.02$	97.9	4228
Ensemble des critères	**81.5**	**3520**
Ensemble des critères et $z < 0.06$	**38.5**	**1660**

5.6.3 Résidus du diagramme de Hubble et estimation des vitesses

Les résidus du diagramme de Hubble dépendent des paramètres $\mathbf{p}_{\text{HD}} = \{M_B, \alpha, \beta, \sigma_M\}$. Sur la figure 5.17 on a représenté les résidus du diagramme de Hubble moyennés sur les 27 réalisations en fonction du redshift. Les paramètres du diagramme de Hubble $\mathbf{p}_{\text{HD}}$ sont fixés aux valeurs en entrée de la simulation. Comme dans la figure 5.14, on peut voir qu'à partir d'un *redshift* $z \sim 0.06$ les résidus présentent un biais négatif dû à la fonction de sélection. Ce biais atteint un maximum de $\Delta\mu \sim -0.13$ à $z \sim 0.12$.

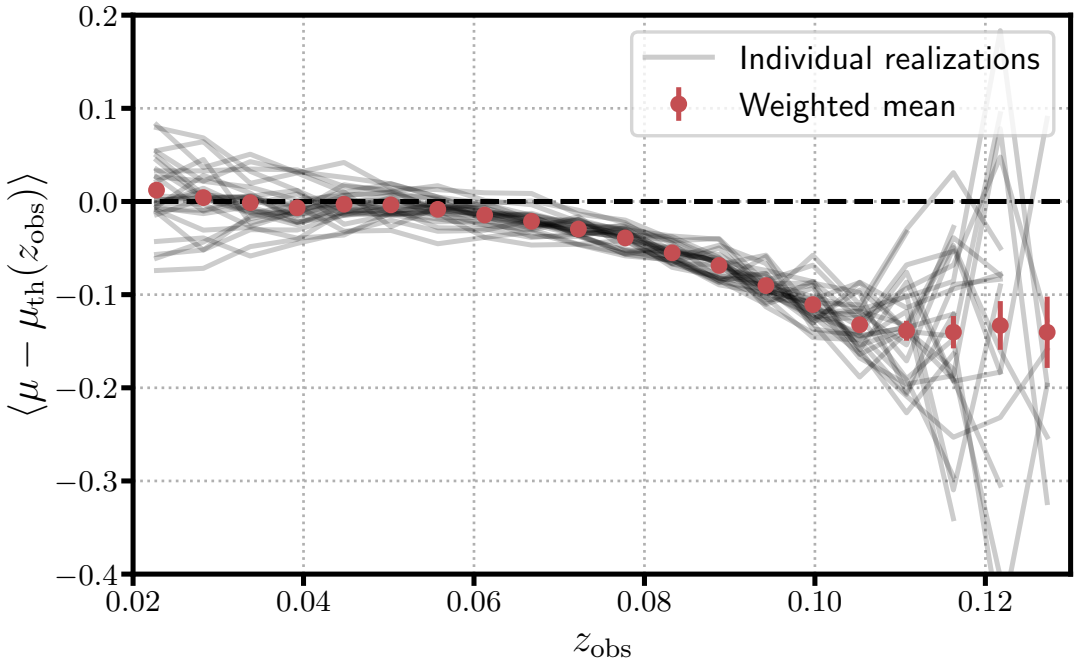


FIGURE 5.17 – Résidus du diagramme de Hubble pour les 27 réalisations de ZTF en fonction du *redshift*. Les lignes grises représentent chacune des réalisations individuellement, les points rouges représentent la moyenne pour l'ensemble des SNe Ia.

On utilise l'estimateur des vitesses présenté dans (3.60)

$$\hat{v}_i\left(\mathbf{p}_{\rm HD}\right) = -\frac{\ln(10)\,c}{5}\left(\frac{\left(1+z_{{\rm obs},i}\right)}{H\left(z_{{\rm obs},i}\right)\,r\left(z_{{\rm obs},i}\right)} - 1\right)^{-1} \Delta\mu_i\left(\mathbf{p}_{\rm HD}\right), \tag{5.44}$$

pour obtenir les vitesses correspondantes aux résidus $\Delta\mu\left(\mathbf{p}_{\rm HD}\right)$. La différence entre ces vitesses estimées et les vitesses réelles est représentée en fonction du *redshift* dans la figure 5.18. On observe que le biais sur les résidus vu dans la figure 5.17 est répercuté sur l'estimation des vitesses. A partir de $z \sim 0.06$ le biais sur l'estimation des vitesses augmente progressivement pour atteindre $\Delta v \sim 2000$ km.s^{-1} à $z \sim 0.12$.

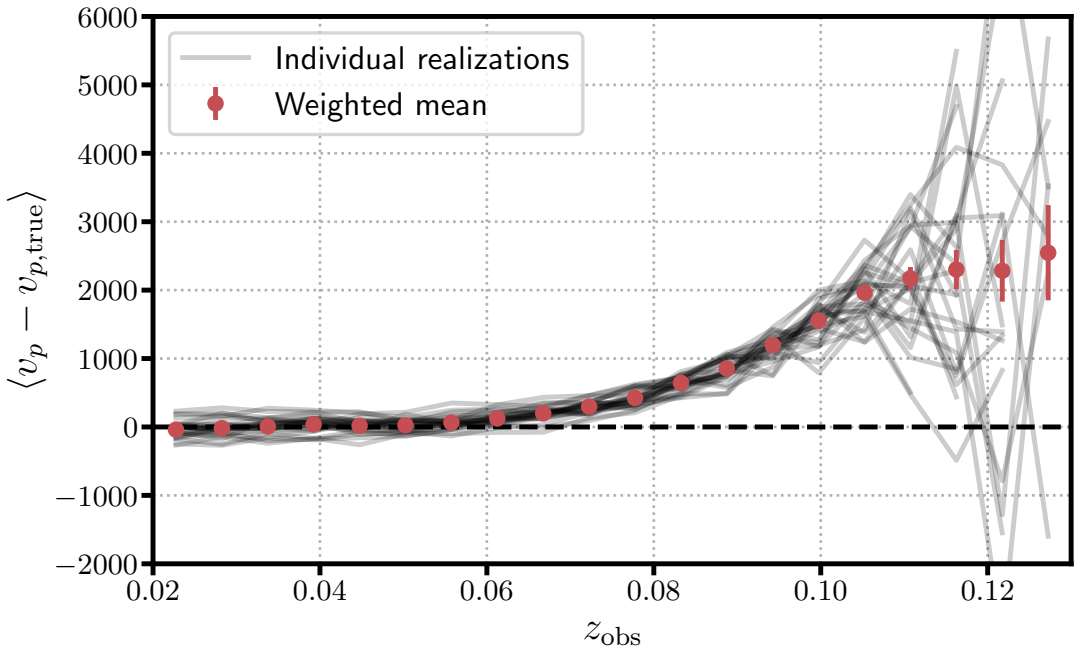


FIGURE 5.18 – Différence moyenne entre vitesses estimées et vitesses réelles en fonction du *redshift*. Les lignes grises représentent chacune des 27 réalisations individuellement, les points rouges représentent la moyenne pour l'ensemble des SNe Ia.

L'estimation non-biaisée des vitesses ne peut être réalisée que lorsque les résidus sont distribués selon une loi normale $\Delta\mu \sim \mathcal{N}(0,\sigma)$ d'erreur σ, centrée en 0. Une telle distribution garantit que les vitesses seront en moyenne estimées avec un biais nul. La limite en magnitude de la fonction de sélection vient briser cette symétrie par la sélection préférentielle des objets les plus brillants c'est-à-dire avec des résidus négatifs. La majorité des vitesses va donc être estimée comme positive, avec pour conséquence une sur-estimation de la plupart des vitesses. Nous verrons dans le chapitre suivant comment ce biais se propage à la mesure du taux de croissance des structures $f\sigma_8$

6 La mesure du taux de croissance des structures

Dans le Chap 2 nous avons introduit les paramètres f et σ_8 liés à la croissance des structures. Ces deux paramètres dépendent de la théorie qui décrit la gravité au travers de l'équation de Poisson et peuvent nous permettre de mesurer une déviation à la relativité générale. Dans ce chapitre nous allons nous intéresser à l'analyse qui nous permet de contraindre le produit de ces deux paramètres. Dans la Sect. 6.1 on va présenter les méthodes existantes pour mesurer $f\sigma_8$. Ensuite dans la Sect. 6.2 nous allons décrire plus précisément la méthode du maximum de vraisemblance que nous avons choisi d'utiliser. Enfin, dans la Sect. 6.3 on donne les principaux résultats de notre analyse avec les simulations du relevé ZTF qui ont été décrites dans le Chap. 5.

6.1 Les méthodes de mesure directe de $f\sigma_8$

Il existe différentes méthodes pour contraindre $f\sigma_8$. Tout d'abord on peut distinguer deux types de mesures. Les mesures indirectes, qui utilisent comme observable le champ de densité et utilisent les effets des vitesses sur celui-ci pour mesurer $f\sigma_8$, et les mesures directes, qui vont contraindre $f\sigma_8$ en utilisant un estimateur des vitesses. Dans la Sec. 2.2.2 on a introduit les méthodes indirectes de mesure des distorsions de l'espace des *redshifts*. On va s'intéresser ici aux méthodes de mesure directe de $f\sigma_8$.

6.1.1 Mesurer des distances avec les galaxies

Les méthodes directes nécessitent généralement deux observables, un *redshift* et une distance. Les *redshifts* sont généralement mesurés à l'aide de relevés spectroscopiques sur les spectres des galaxies avec une précision de l'ordre de $\sigma_z \sim 10^{-5}$. On a vu dans le Chap. 3 que les SNe Ia sont de très bons indicateurs de distances, cependant au vu de la statistique existante elles n'étaient pour l'instant pas utilisées pour les mesures de $f\sigma_8$. Les indicateurs de distance utilisés étaient alors deux relations empiriques pour les galaxies que nous allons présenter dans la suite.

La relation de Tully-Fisher

La relation de Tully-Fisher pour les galaxies spirales est une loi empirique qui relie la vitesse de rotation de la galaxie à sa luminosité (TULLY et FISHER 1977)

$$M_b = \alpha \log V_{\max} + \beta, \tag{6.1}$$

où M_b est la magnitude absolue dans une bande b et α et β sont les paramètres de la relation à déterminer.

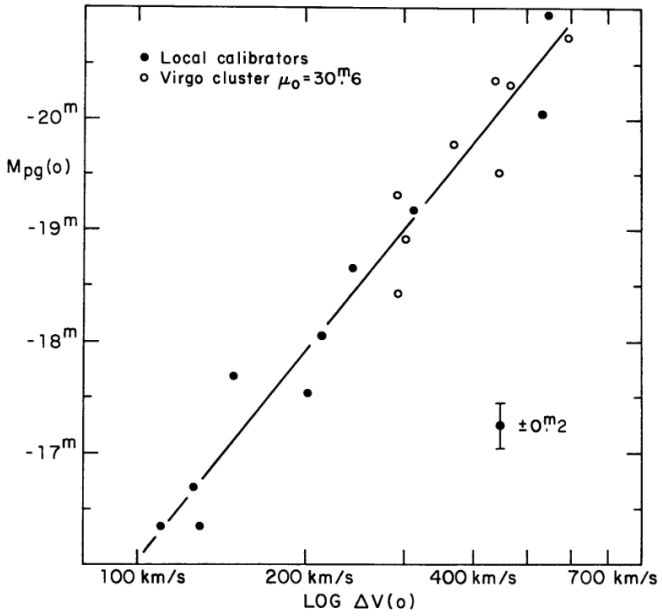


FIGURE 6.1 – Relation de Tully - Fisher entre la magnitude et la vitesse de rotation des galaxies spirales. Crédit : TULLY et FISHER 1977

Les distances obtenues par la relation de Tully-Fisher (TF) peuvent être utilisées dans des relevés de vitesses particulières à très bas *redshift*. Parmi les catalogues on peut citer SFI++ (SPRINGOB et al. 2009), CosmicFlows (KOURKCHI et al. 2020) ou 2MTF (HONG et al. 2019).

La relation du plan fondamental

La relation du plan fondamental (FP) permet d'estimer la distance d'une galaxie elliptique. Elle s'exprime

$$\log R_e = a \log \sigma + b \log I_e + c, \tag{6.2}$$

où R_e est le rayon effectif de la galaxie, σ la dispersion en vitesse au centre de la galaxie et I_e la surface de luminosité effective. La distance est obtenue par comparaison du diamètre angulaire de l'Eq. 6.2 avec celui observé.

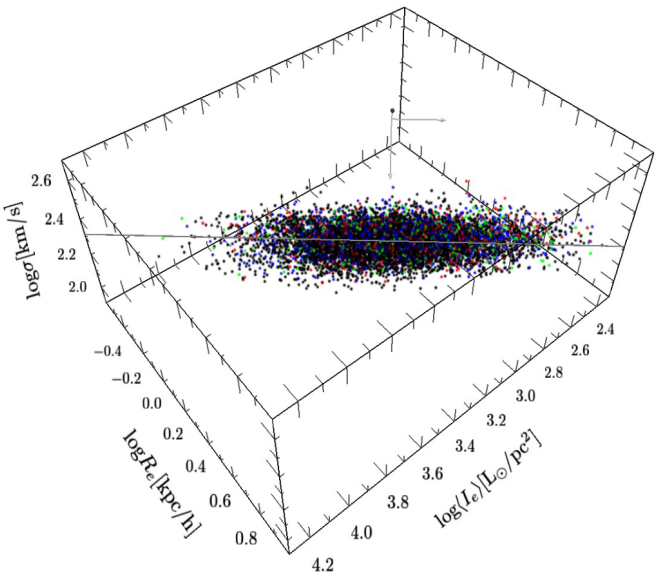


FIGURE 6.2 – Relation du plan fondamental entre le rayon effectif, la surface de luminosité et la dispersion des vitesses des galaxies elliptiques. Crédit : MAGOULAS et al. 2012

Parmi les catalogues utilisés pour les analyses de vitesses particulières on trouve ceux des relevés 6dF CAMPBELL et al. 2014 et SDSS HOWLETT et al. 2022.

Comparaison avec les SNe Ia

Les relations de Tully-Fisher et du plan fondamental ne sont pas aussi précises que les SNe Ia pour mesurer des distances. En effet, leur précision relative sur la distance est $\sigma_D/D \sim 20\%$ tandis que les SNe Ia ont une précision $\sigma_D/D \sim 7\%$. Cependant, les galaxies étaient utilisées jusqu'à présent car beaucoup plus nombreuses puisque les catalogues TF et FP cités ci-dessus contiennent en général plusieurs milliers ou dizaines de milliers de distances à bas *redshift*. Les nouveaux relevés de SNe Ia tels que ZTF et Vera Rubin vont permettre aux SNe Ia d'atteindre une statistique suffisante pour être compétitive dans la mesure de $f\sigma_8$.

6.1.2 Différentes méthodes pour mesurer $f\sigma_8$

Il existe plusieurs façons de contraindre $f\sigma_8$ avec les vitesses estimées par la combinaison des *redshifts* et indicateurs de distances. On présente ici les principales.

Le maximum de vraisemblance

Cette méthode va consister à directement ajuster $f\sigma_8$ en maximisant une fonction de vraisemblance $\mathcal{L}(f\sigma_8)$ dont le vecteur de données est constitué du champ de vitesse. C'est la méthode qui est employée dans ce travail et elle est plus amplement

détaillée dans la Sec. 6.2. Elle est notamment utilisée avec les galaxies dans ABATE et ERDOGDU 2009 ; JOHNSON et al. 2014 ; HOWLETT et al. 2017a ; LAI et al. 2023.

Compression de la statistique à 2 points

On regroupe ici les méthodes qui vont utiliser des compressions statistiques du champ de vitesses estimé. Il peut s'agir de l'estimation de la fonction de corrélation (NUSSER 2017 ; TURNER et al. 2022), de la statistique des vitesses "par paire" (DUPUY et al. 2019) ou de l'estimation du spectre de puissance du moment $p = (1+\delta_m)v$ (QIN et al. 2019).

Comparaison vitesses observées - vitesses reconstruites

Le catalogue 2M++ (LAVAUX et HUDSON 2011) fournit une reconstruction du champ de densité de l'Univers proche. Il utilise les galaxies comme traceurs de densité, ainsi, combiné avec l'Eq. 2.66, il permet d'obtenir une reconstruction du champ de vitesse

$$\mathbf{v}_{\rm rec} = \frac{aH\beta}{4\pi}\int \frac{\mathbf{x}'-\mathbf{x}}{|\mathbf{x}'-\mathbf{x}|^3}\delta_g\left(\mathbf{x}'\right)d^3\mathbf{x}', \tag{6.3}$$

où on rappelle que le paramètre $\beta = f/b$ exprime la dégénérescence entre f et le biais des galaxies b. En comparant les vitesses reconstruites avec des vitesses estimées par TF, FP ou SNe Ia, on peut contraindre β. Avec une mesure externe de $\sigma_{8,g} = b\sigma_8$ on peut obtenir $f\sigma_8 = \beta\sigma_{8,g}$. Cette méthode est utilisée dans PIKE et HUDSON 2005 ; CARRICK et al. 2015 ; BORUAH et al. 2020 ; SAID et al. 2020.

Forward modeling

Dans la méthode du *forward modeling*, le champ de densité ou de vitesse lui-même va être un ensemble de paramètres libres à ajuster. Les observables sont ensuite modélisées à partir de ce champ pour obtenir des prédictions qui peuvent êtres comparées aux données. Dans le cas du champ de vitesse, un premier modèle de modélisation évolutive est décrit dans LAVAUX 2016. Ce modèle est utilisé pour reconstruire le champ de vitesse local dans GRAZIANI et al. 2019 ; BORUAH et al. 2021 ; PRIDEAUX-GHEE et al. 2022. Dans ces travaux les paramètres cosmologiques sont fixés à des valeurs fiducielles.

6.2 Description de la méthode du maximum de vraisemblance

6.2.1 Fonction de vraisemblance

Dans la méthode du Maximum de vraisemblance on va faire l'hypothèse que le champ de vitesse est un champ aléatoire gaussien. C'est à dire que si on évalue le

champ de vitesse à n positions $\mathbf{r}_i$ de l'espace, les vitesses en chaque point $v_i = v(\mathbf{r_i})$ sont distribuées selon une loi normale multidimensionnelle de dimension n et de matrice de covariance C. On peut alors écrire la fonction de vraisemblance

$$\mathcal{L}(\mathbf{p}, \mathbf{p}_{\rm HD}) = (2\pi)^{-\frac{n}{2}} \left| C\left(\mathbf{p}, \mathbf{p}_{\rm HD}\right)\right|^{-\frac{1}{2}} \exp\left[-\frac{1}{2}\hat{\mathbf{v}}\left(\mathbf{p}_{\rm HD}\right)^T C\left(\mathbf{p}, \mathbf{p}_{\rm HD}\right)^{-1} \hat{\mathbf{v}}\left(\mathbf{p}_{\rm HD}\right)\right] \tag{6.4}$$

où $\mathbf{p}_{\rm HD} = \{\alpha, \beta, M_0, \sigma_M\}$ est le vecteur qui contient les paramètres du diagramme de Hubble des SNe Ia et $\mathbf{p} = \{f\sigma_8, \sigma_v, \sigma_u\}$ est le vecteur qui contient les paramètres liés au champ de vitesses et qui vont être décrits dans la suite.

On va chercher à minimiser $-\log\mathcal{L}$ à l'aide d'un algorithme de minimisation ou à explorer $\mathcal{L}$ autour de son maximum à l'aide d'un algorithme de Monte Carlo Markov Chain (MCMC).

6.2.2 Vecteur de données

Le vecteur de données $\mathbf{v}$ est directement constitué des vitesses particulières. On verra par la suite que l'on va faire des tests en utilisant directement les vitesses "vraies" de la simulation $v_{{\rm true},i}$ comme déjà fait dans la Sec. 5.6. Pour les vitesses estimées on a décidé d'utiliser l'estimateur $\hat{v}_1$ présenté dans l'Eq. 3.60. Les paramètres Ω_m et H_0 sont fixés à notre cosmologie fiducielle.

Dans les différentes réalisations de ZTF il arrive qu'une à quatre paires de SNe Ia se retrouvent assignées au même hôte. Pour éviter d'avoir une covariance invalide on groupe ces SNe Ia et on leur attribue une vitesse par moyenne pondérée par les erreurs

$$\hat{v}_{\rm eff} = \frac{\sum \hat{v}_i \sigma^{-2}_{\hat{v},i}}{\sum \sigma^{-2}_{\hat{v},i}}. \tag{6.5}$$

L'erreur sur cette vitesse est

$$\sigma_{v_{\rm eff}} = \frac{1}{\sqrt{\sum_i \sigma^{-2}_{\hat{v},i}}} \tag{6.6}$$

6.2.3 Modélisation de la covariance des vitesses

La covariance des vitesses $C(\mathbf{p}, \mathbf{p}_{\rm HD})$ de l'équation (6.4) peut se décomposer en plusieurs termes

$$C_{ij}(\mathbf{p}, \mathbf{p}_{\rm HD}) = C^{vv}_{ij}(f\sigma_8, \sigma_u) + \sigma^2_v \delta^K_{ij} + \sigma^2_{\hat{v}}(\mathbf{p}_{\rm HD})\delta^K_{ij}. \tag{6.7}$$

Le premier terme est lié à la covariance du champ de vitesses cosmologique. On a vu dans la Sec. 2.1.4 les équations relatives au champ de vitesse. Pour obtenir la matrice de covariance des vitesses projetée sur la ligne de visée $\hat{\mathbf{n}}$ entre deux galaxies i et j, on peut reprendre l'expression de la vitesse en espace de Fourier de l'Eq. 2.70. On a alors

la covariance

$$C_{ij}^{vv} = \langle (\mathbf{v}_i.\hat{\mathbf{n}}_i)(\mathbf{v}_j.\hat{\mathbf{n}}_j)\rangle \tag{6.8}$$

$$= (aHf)^2 \iiint_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \iiint_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^3\mathbf{k}'}{(2\pi)^3} \frac{(\mathbf{k}.\hat{\mathbf{n}}_i)(\mathbf{k}'.\hat{\mathbf{n}}_j)}{k^2 k'^2} \langle \theta_i(\mathbf{k})\theta_j^*(\mathbf{k}')\rangle\, e^{i\mathbf{k}.\mathbf{x}_i} e^{-i\mathbf{k}'.\mathbf{x}_j}. \tag{6.9}$$

En appliquant la définition du spectre de puissance de l'Eq. 2.12 pour la variable θ, on a

$$C_{ij}^{vv} = \frac{(aHf)^2}{(2\pi)^3} \iiint_{-\infty}^{+\infty} d^3\mathbf{k} \frac{(\mathbf{k}.\hat{\mathbf{n}}_i)(\mathbf{k}.\hat{\mathbf{n}}_j)}{k^4} P_{\theta\theta}(\mathbf{k})\, e^{i\mathbf{k}.(\mathbf{x}_i-\mathbf{x}_j)}. \tag{6.10}$$

On peut faire l'hypothèse que le spectre de puissance est isotrope et réécrire l'Eq. 6.10 en coordonnées sphériques

$$C_{ij}^{vv} = \frac{(aHf)^2}{(2\pi)^3} \int_0^{+\infty} dk P_{\theta\theta}(k) \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} d\Omega (\hat{\mathbf{k}}.\hat{\mathbf{n}}_i)(\hat{\mathbf{k}}.\hat{\mathbf{n}}_j) e^{i\mathbf{k}.(\mathbf{x}_i-\mathbf{x}_j)}, \tag{6.11}$$

où $\hat{\mathbf{k}} = \frac{\mathbf{k}}{k}$. On peut montrer que l'intégrale angulaire donne la fonction W_{ij} telle que (Appendice A de Ma et al. 2011)

$$W_{ij}(k;\mathbf{x}_i,\mathbf{x}_j) = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \frac{d\Omega}{4\pi} (\hat{\mathbf{k}}.\hat{\mathbf{n}}_i)(\hat{\mathbf{k}}.\hat{\mathbf{n}}_j) e^{i\mathbf{k}.(\mathbf{x}_i-\mathbf{x}_j)} \tag{6.12}$$

$$= \frac{1}{3}\cos\theta_{ij}\left(j_0(kr_{ij}) - 2j_2(kr_{ij})\right) + r_{ij}^{-2} j_2(kr_{ij}) x_i x_j \sin^2\theta_{ij}. \tag{6.13}$$

où $r_{ij} = ||x_i - x_j||$, $\theta_{ij} = \hat{x_i}.\hat{x_j}$ et j_0 et j_2 sont les fonctions sphériques de Bessel telles que

$$j_0(x) = \frac{\sin x}{x}, \tag{6.14}$$

$$j_2(x) = \left(\frac{3}{x^2} - 1\right)\frac{\sin x}{x} - 3\frac{\cos x}{x^2}. \tag{6.15}$$

On a représenté $W(k)$ sur la Fig. 6.3 pour différentes séparations spatiales et angulaires. Pour deux objets à la même position on obtient la valeur attendue pour les termes diagonaux de $W_{ii} = \frac{1}{3}$.

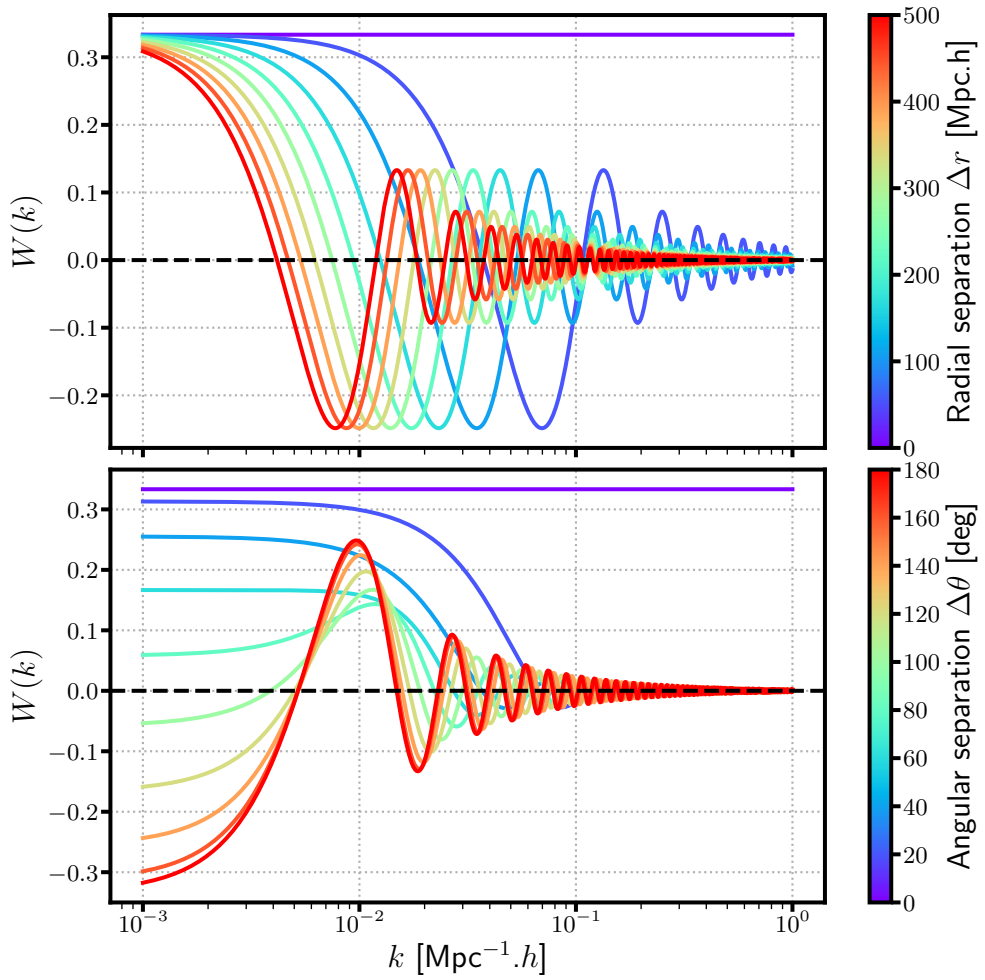


FIGURE 6.3 – Fonction fenêtre $W(k;\mathbf{x}_i,\mathbf{x}_j)$ en fonction de k. *Haut* : Les couleurs représentent différentes variations de séparations radiales avec $\theta_{ij} = 0$, $||\mathbf{x}_i|| = 200$ Mpc.h^{-1}et $||\mathbf{x}_j|| = ||\mathbf{x}_i|| + \Delta r$. *Bas* : Les couleurs représentent différentes variations de séparations angulaires avec $||\mathbf{x}_i|| = ||\mathbf{x}_j|| = 200$ Mpc.h^{-1}.

La covariance s'écrit alors

$$C_{ij}^{\nu\nu} = \frac{(aHf)^2}{4\pi^2} \int_0^{+\infty} dk P_{\theta\theta}(k) W_{ij}(k;\mathbf{x}_i,\mathbf{x}_j). \tag{6.16}$$

En pratique, on ne connaît pas le spectre de puissance $P_{\theta\theta}$. Comme on cherche ici à ajuster son amplitude on peut modéliser sa forme avec une cosmologie fiducielle. Cette forme correspond au spectre de puissance normalisé de l'Eq. 2.18, on a donc

$$P_{\theta\theta}(k) = \left(\frac{\sigma_8}{\sigma_{8,\text{fid}}}\right)^2 P_{\theta\theta,\text{fid}}. \tag{6.17}$$

On réécrit alors la covariance

$$C_{ij}^{vv} = \frac{\left(f\sigma_8\right)^2}{\left(f\sigma_8\right)^2_{\rm fid}} \frac{(aH)^2}{4\pi^2} \int_0^{+\infty} dk f^2_{\rm fid} P_{\theta\theta,{\rm fid}}(k) W_{ij}\left(k;\mathbf{x}_i,\mathbf{x}_j\right). \tag{6.18}$$

Lors de la construction de la matrice de covariance, les distances comobiles de $\mathbf{x}_i$ et $\mathbf{x}_j$ sont évaluées à l'aide des *redshifts* observés $z_{\rm obs}$. Ces *redshifts* sont eux-mêmes affectés par les vitesses particulières, l'espace est alors déformé comme expliqué dans la Sec. 2.2.2. On doit alors introduire un terme dit de *damping* pour prendre en compte l'effet de ces déformations sur le spectre de puissance. Ce terme va réduire l'amplitude du spectre de puissance aux petites échelles auxquelles les RSD ont une contribution importante. Dans KODA et al. 2014 ce terme est introduit de manière empirique par comparaison à des simulations *N-body* comme

$$D_u(k;\sigma_u) = \frac{\sin(k\sigma_u)}{k\sigma_u}, \tag{6.19}$$

où σ_u est un paramètre libre, de valeur $\sigma_u \sim 15$ Mpc.h^{-1}. On ajoute ce terme au calcul de la covariance tel que

$$C_{ij}^{vv}\left(f\sigma_8,\sigma_u\right) = \frac{\left(f\sigma_8\right)^2}{\left(f\sigma_8\right)^2_{\rm fid}} \frac{(aH)^2}{4\pi^2} \int_0^{+\infty} dk f^2_{\rm fid} P_{\theta\theta,{\rm fid}}(k) W_{ij}\left(k;\mathbf{x}_i,\mathbf{x}_j\right) D_u^2(k;\sigma_u). \tag{6.20}$$

On peut faire la remarque que des travaux récents tentent de donner une expression analytique au spectre de puissance des vitesses en espace des *redshifts* (DAM et al. 2021).

Bien que seul le spectre linéaire ait une formule analytique, on sait qu'il n'est pas valable aux échelles $k > 0.1$ Mpc^{-1}.h. Nous avons donc besoin de choisir un modèle non-linéaire pour le spectre de puissance $P_{\theta\theta}$. Au cours de ce travail, nous avons considéré deux modèles de spectres de puissance. Le premier constitue notre choix pour notre analyse de référence. Il s'agit d'un modèle ajusté sur une simulation *N-body* dans BEL et al. 2019. L'expression de ce spectre de puissance est

$$P_{\theta\theta}^{\text{non-lin}}(k) = P_{\theta\theta}^{\rm lin}(k) \exp\left[-k\left(a_1 + a_2 k + a_3 k^2\right)\right], \tag{6.21}$$

où k est en Mpc^{-1}.h et les coefficients a_i obtenus lors de l'ajustement sont

$$\begin{cases} a_1 &= -0.817 + 3.198\sigma_8 \\ a_2 &= 0.877 - 4.191\sigma_8 \\ a_3 &= -1.199 + 4.629\sigma_8 \end{cases}. \tag{6.22}$$

Dans la Sec. 6.3.3, on compare nos résultats avec l'utilisation d'un autre modèle de spectre de puissance obtenu à l'aide d'une expansion à 2 boucles en théorie des perturbations (RegPT, TARUYA et al. 2012). Ces différents modèles de spectre de puissance sont représentés dans la Fig. 6.4.

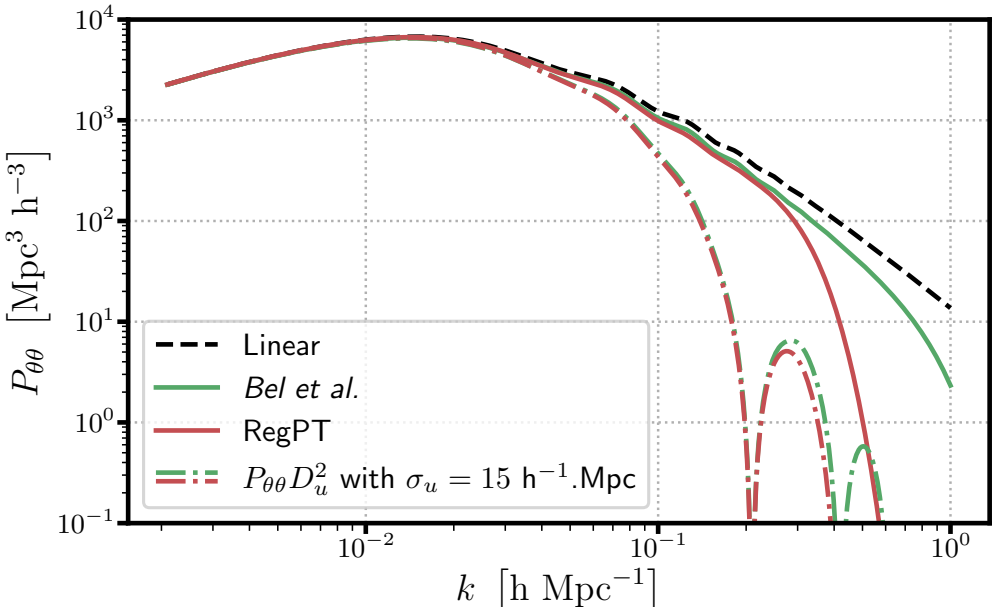


FIGURE 6.4 – Spectre de puissance du paramètre de divergence des vitesses θ. Le modèle linéaire est en pointillés noirs, le modèle de BEL et al. 2019 est en rouge et le modèle RegPT de TARUYA et al. 2012 en vert. Les lignes en alternance point-tiret incluent le facteur de *damping* D_u.

Le second terme de l'Eq. 6.7, σ_v est un paramètre libre qui permet de prendre en compte les effets des non-linéarités sur la distribution des vitesses aux petites échelles. Cette modélisation est imparfaite mais il n'existe pas encore de modèle de spectre de puissance qui permette de décrire correctement les petites échelles.

Le dernier terme de l'Eq. 6.7, $\sigma_{\hat{v}}$ est l'erreur sur l'estimateur des vitesses décrit dans l'Eq. 3.69. On peut faire la remarque que $\sigma_{\hat{v}}$ dépend des paramètres du diagramme de Hubble des SNe Ia tels que M_0, α, β et σ_M.

6.2.4 Covariance pour des vitesses binnées

Une variation de la méthode précédente est de rassembler les données par bins selon leur position dans l'espace. Cette méthode est utilisée dans JOHNSON et al. 2014 et HOWLETT et al. 2017a par exemple, et s'inspire de ce qui est fait dans les analyses du champ de densité. Elle consiste à choisir une taille de grille L et à faire une moyenne des vitesses dans chacun des éléments cubiques de cette grille. La valeur du champ en chaque bin de position $\mathbf{x}_i^G$ est

$$v\left(x_i^G\right) \equiv v_i^G = \frac{\sum_j \hat{v}_j \Theta_{ij}}{\sum_j \Theta_{ij}}, \tag{6.23}$$

où Θ_{ij} est une fonction qui indique le poids de la vitesse i dans le bin j. L'exemple le plus simple est

$$\Theta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } |x_i - x_j| < \frac{L}{2}, |y_i - y_j| < \frac{L}{2} \text{ et } |z_i - z_j| < \frac{L}{2} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}, \tag{6.24}$$

qui correspond à faire la moyenne des vitesses contenues dans chaque cellule, on a alors dans la cellule c_i

$$v_i^G = \frac{1}{N_i} \sum_{\mathbf{x}_j \in c_i} \hat{v}_j; \tag{6.25}$$

où N_i est le nombre de vitesses dans c_i. L'erreur associée est

$$\sigma^2_{v^G,i} = \frac{1}{N_i} \sum_{\mathbf{x}_j \in c_i} \sigma^2_{\hat{v},j}. \tag{6.26}$$

On peut montrer que l'utilisation d'une grille correspond à une convolution du champ de vitesse avec celle-ci. En espace de Fourier, on doit prendre en compte cela en multipliant le spectre de puissance par une fonction fenêtre $\Gamma^2(k)$. Dans le cas de la grille exprimée par l'Eq. 6.24, cette fonction est donnée par

$$\Gamma(k) = \int \frac{d\Omega}{4\pi} \text{sinc}\left(k_x \frac{L}{2}\right) \text{sinc}\left(k_y \frac{L}{2}\right) \text{sinc}\left(k_z \frac{L}{2}\right), \tag{6.27}$$

où $d\Omega = \sin\theta d\theta d\phi$, $k_x = \cos\theta \sin\phi$, $k_y = \sin\theta \sin\phi$ et $k_z = \cos\phi$. La Fig. 6.5 représente la fonction fenêtre pour différentes tailles de grille L. Plus la grille est grande plus les petites échelles sont lissées.

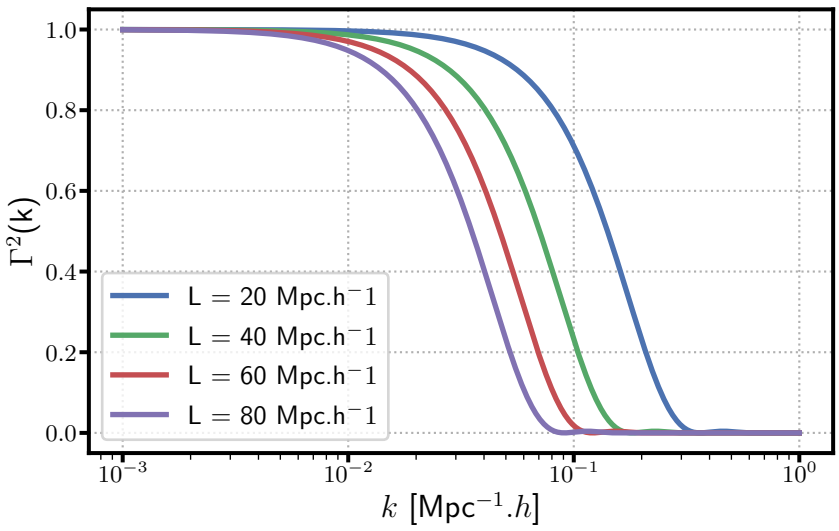


FIGURE 6.5 – Fonction fenêtre $\Gamma^2(k)$ de la grille utilisée pour biner les données. Les couleurs représentent $\gamma^2(k)$ pour des tailles L de grille différentes.

La covariance entre les cellules c_i et c_j s'exprime alors

$$\tilde{C}_{ij}^{vv}\left(f\sigma_8,\sigma_u\right)=\frac{\left(f\sigma_8\right)^2}{\left(f\sigma_8\right)^2_{\rm fid}}\frac{(aH)^2}{4\pi^2}\int_0^{+\infty}dk f^2_{\rm fid}P_{\theta\theta}(k)W_{ij}\left(k;\mathbf{x}_i,\mathbf{x}_j\right)\Gamma^2(k). \tag{6.28}$$

Le terme de *damping* D_u n'est plus nécessaire si la taille de la grille est assez grande pour lisser les distorsions liées aux vitesses particulières.

Cette expression de la covariance n'est plus valable quand le nombre de données dans une cellule devient faible. Dans ABATE et ERDOGDU 2009, une correction est proposée pour les termes diagonaux (Eq. 13)

$$\tilde{C}_{ii}^{vv}\leftarrow\tilde{C}_{ii}^{vv}+\frac{C_{ii}^{vv}-\tilde{C}_{ii}^{vv}}{N_i}. \tag{6.29}$$

Il est important de noter que dans la Fig. 3 de ABATE et ERDOGDU 2009, on voit que la correction ne semble avoir un effet significatif que lors de l'analyse de données simulées sans erreur.

6.2.5 Intégration du spectre de puissance, précision numérique

Le calcul de la matrice de covariance des Eqs. 6.20 et 6.28 nécessite de pratiquer une intégration numérique sur le spectre de puissance. On va exposer ici les choix réalisés pour cette intégration.

Bornes d'intégrations

Le choix de la borne d'intégration inférieure $k_{\rm min}$ est imposé par la taille de la simulation N-body. En effet, les simulations N-body utilisent généralement des conditions aux bords périodiques. Ces conditions imposent que les modes k de puissance non nulle sont supérieurs au mode fondamental $k_F=\frac{2\pi}{L}$, où L est la taille de la boite. Pour OuterRim, la taille de la boite est $L=3\times10^3$ Mpc.h^{-1}, la fréquence fondamentale est donc $k_F\sim2.1\times10^{-3}$ Mpc^{-1}.h et notre borne inférieure d'intégration est $k_{\rm min}=k_F$. Dans le cas d'une analyse avec de vraies données on prendra $k_{\rm min}$ le plus petit possible. Dans JOHNSON et al. 2014, HOWLETT et al. 2017a et LAI et al. 2023 la borne supérieure d'intégration est fixée de manière à obtenir un résultat non-biaisé de $f\sigma_8$ lors des tests de l'analyse sur les simulations. Ce choix peut être motivé par le fait de couper le spectre de puissance avant de rentrer dans un régime non-linéaire pour lequel il n'est plus valide, la limite fixée est généralement $k_{\rm max}=0.2$ Mpc^{-1}.h. Dans notre travail, nous avons opté pour un autre choix, nous allons intégrer le spectre de puissance avec une borne supérieure telle que l'intégrale converge. On a représenté dans la Fig. 6.6 l'intégrale du spectre de puissance en fonction de $k_{\rm max}$ pour plusieurs valeurs du paramètre de *damping* σ_u. On voit que pour une valeur de $k_{\rm max}=1$ Mpc^{-1}.h l'intégrale du spectre de puissance converge pour toutes valeurs de σ_u. C'est donc ce choix que

nous allons utiliser.

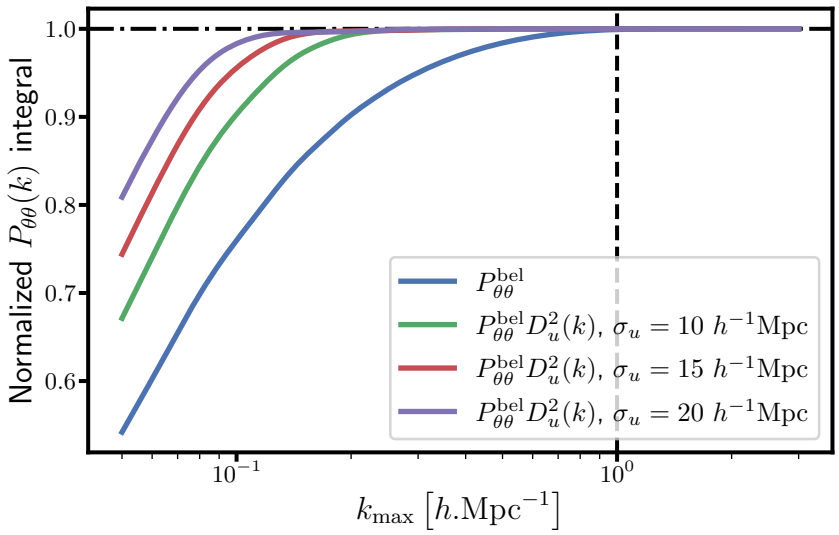


FIGURE 6.6 – Intégrale du spectre de puissance en fonction de la borne d'intégration $k_{\max}$. Les différentes lignes représentent l'intégrale pour différentes valeurs du paramètre de *damping* σ_u. L'intégrale est normalisée par rapport à celle de $k_{\max} = 10\ \mathrm{Mpc}^{-1}.h$

On peut remarquer que le choix d'un $k_{\max} = 0.2\ \mathrm{Mpc}^{-1}.h$ permet la convergence de l'intégrale pour un $\sigma_u \sim 15\ \mathrm{Mpc}.h^{-1}$.

Échantillonnage du spectre de puissance

On utilise la librairie `CAMB` pour calculer notre spectre de puissance linéaire. Pour pouvoir intégrer le spectre de puissance, on doit choisir un échantillonnage en k. Cet échantillonnage doit être suffisamment précis sans demander de trop longs temps de calcul pour la matrice de covariance. On a tracé sur la Fig. 6.7 les variations du spectre de puissance en fonction des modes k par rapport à un échantillonnage de $N = 10^7$. On voit qu'avec un échantillonnage de $N = 1000$ l'erreur sur le spectre de puissance est déjà en-dessous de 0.1%. Si on regarde l'intégrale du spectre de puissance celle-ci ne varie que de $\sim 10^{-4}$%. On choisit donc de travailler avec un échantillonnage de $N = 1000$.

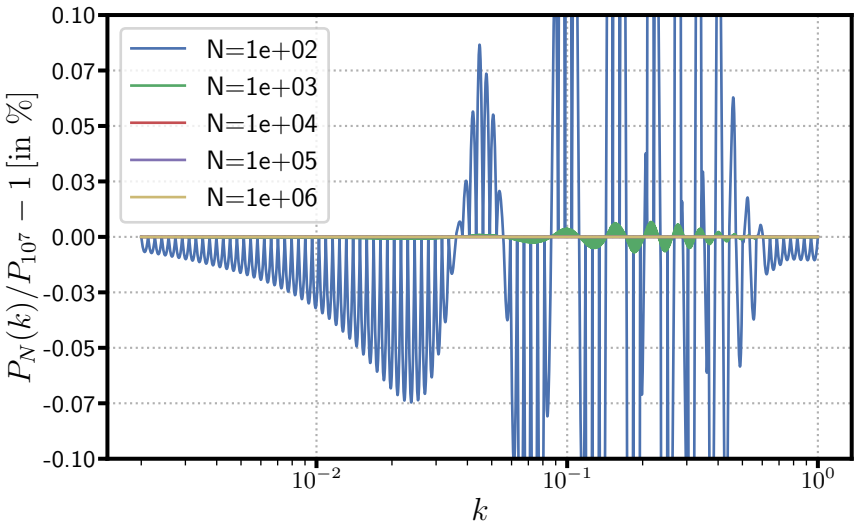


FIGURE 6.7 – Variation du spectre de puissance en fonction de k par rapport à un échantillonnage de $N = 10^7$. Les couleurs correspondent à différentes valeurs d'échantillonnage en k

On peut vérifier que l'échantillonnage du spectre de puissance avec $N = 1000$ points est suffisant lorsqu'on ajoute la fonction fenêtre $W(k)$. La Fig. 6.8 représente la variation relative de l'intégrale du produit du spectre de puissance avec la fonction fenêtre entre les échantillonnages $N = 1000$ et $N = 10^6$. Cette variation est tracée en fonction des paramètres de la fonction fenêtre comme présenté précédemment dans la Fig. 6.3. On peut voir que l'intégrale ne varie pas de plus de 0.02 % entre les deux échantillonnages.

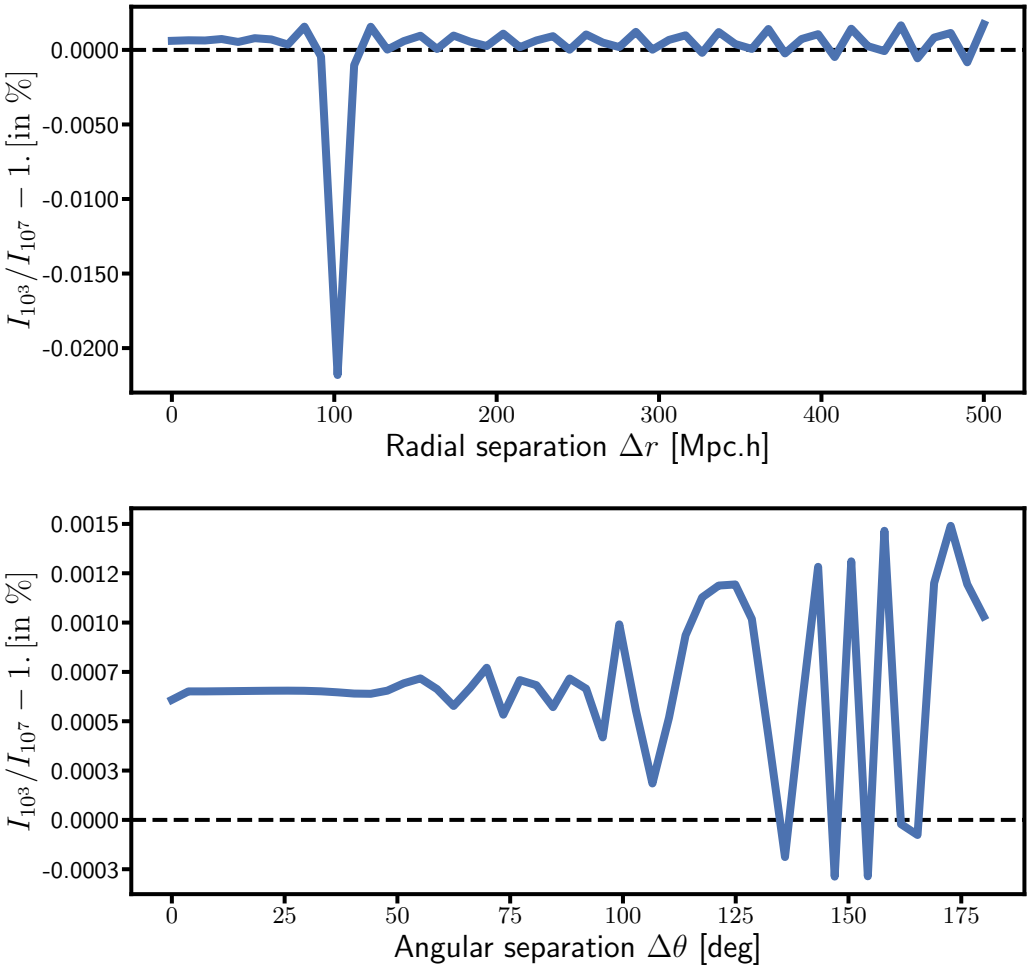


FIGURE 6.8 – Rapport de l'intégrale $I = \int P(k)W(k;\mathbf{x}_i,\mathbf{x}_j)dk$ du spectre de puissance et de la fonction fenêtre $W(k;\mathbf{x}_i,\mathbf{x}_j)$ entre un échantillonnage $N = 10^3$ et $N = 10^7$.*Haut* : Le rapport est tracé en fonction de la séparation radiale δr telle que $||\mathbf{x}_j|| = ||\mathbf{x}_i|| + \Delta r$ et avec un une séparation angulaire $\theta_{ij} = 0$.*Bas* : Le rapport est tracé en fonction de la séparation angulaire $\Delta\theta$ et avec $||\mathbf{x}_i|| = ||\mathbf{x}_j|| = 200$ Mpc.h^{-1}.

6.2.6 Tests sur des catalogues simples

Pour faire une première vérification de la méthode, on simule des catalogues de la manière suivante :

1. On tire N positions angulaires (RA, Dec) uniformément sur la sphère.
2. On génère N *redshifts* en suivant la loi de densité de probabilité $\mathcal{P}(z) = \frac{3r^2(z)}{V(z_{\max})-V(z_{\min})}$.
3. On effectue le calcul de la matrice de covariance C^{vv} et d'un spectre de puissance $P(k)$.
4. On tire des vitesses selon la loi multinormale $\mathcal{N}(\mathbf{0}, C^{vv})$.

On obtient ainsi un catalogue de vitesses correspondant parfaitement au spectre de puissance $P(k)$ utilisé pour la simulation.

Sur la Fig. 6.9 on montre les résultats de l'ajustement de ces catalogues dans les conditions avec et sans grille, et avec et sans la correction de ABATE et ERDOGDU 2009 (Eq. 6.29). Dans cet ajustement on ne prend pas en compte les distorsions de l'espace des *redshifts* car elles ne sont pas présentes dans ces simulations simplifiées. Sur le panneau du haut de la Fig. 6.9, on a tracé les résultats pour un ajustement où σ_v est fixé à $\sigma_v = 0$. Le résultat sans grille est bien retrouvé sans biais. Pour les ajustements avec grille, on retrouve des résultats similaires à la Fig.3 de ABATE et ERDOGDU 2009. Dans le cas sans correction les résultats sont biaisés de plus de $\sim 20\%$ et ce biais augmente quand le nombre de SNe Ia par cellule diminue avec une diminution de la taille de la grille. Avec la correction on obtient aussi des résultats légèrement biaisés $\sim -3\%$ pour une grille de 40 Mpc.h^{-1}et $\sim 4\%$ pour une grille de 100 Mpc.h^{-1}. Sur le panneau du bas on a produit le même ajustement en laissant σ_v libre. Dans le cas sans grille, cela biaise très légèrement ($\sim -0.02\%$) le résultat. Les résultats avec grille sont modifiés par rapport à l'ajustement précédent, le biais dans le cas sans correction est de l'ordre de $\sim -1.5\%$ et celui dans le cas avec la correction est de l'ordre de $\sim -4\%$.

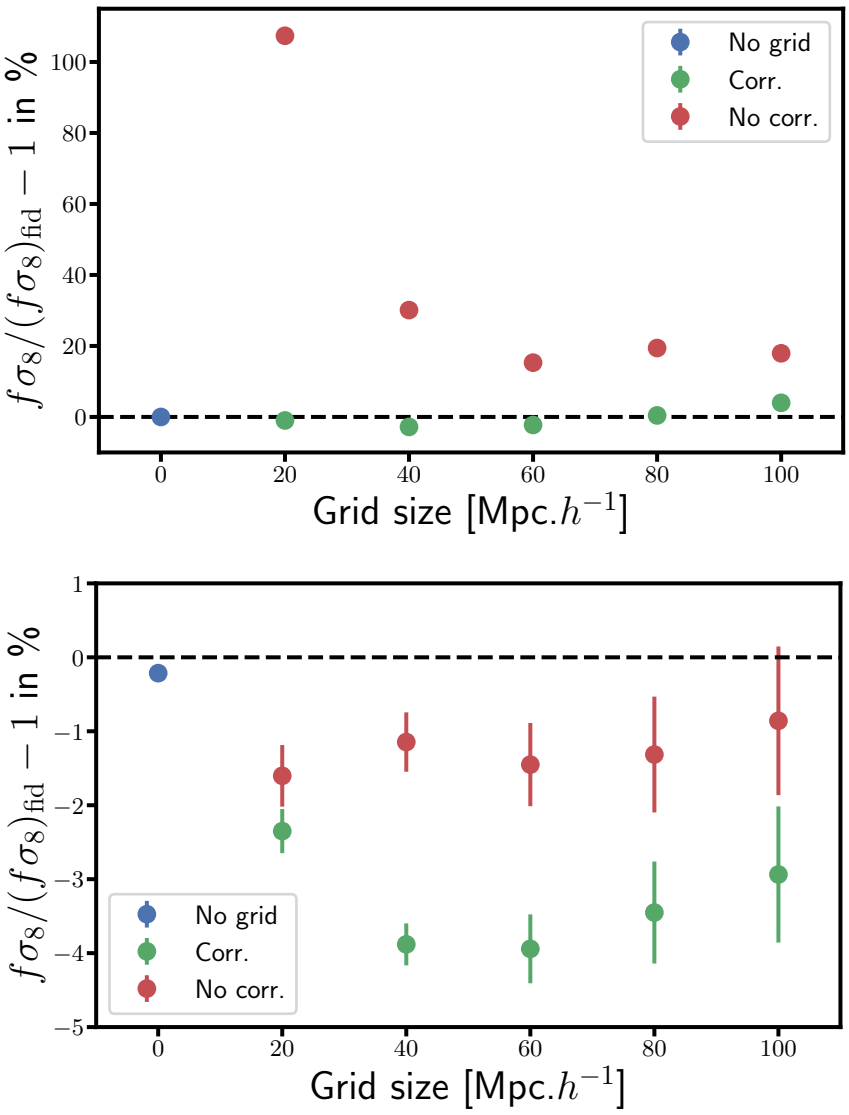


FIGURE 6.9 – Ajustement des simulations simplifiées de champs de vitesse. On compare l'ajustement sans grille (en bleu), celui avec grille et avec la correction de ABATE et ERDOGDU 2009 (en vert), et celui avec grille et sans la correction (en rouge). *Haut* : Ajustement avec σ_v fixé à la valeur $\sigma_v = 0$. *Bas* : Ajustement avec un σ_v libre.

Lors du travail d'analyse sur l'ajustement avec grille, on a remarqué que, dans le cas du relevé ZTF, il est difficile de trouver un équilibre entre nombre de SNe Ia par cellule et taille des cellules. En effet, avoir des cellules trop larges diminue l'échantillonnage du champ de vitesse. De plus, le champ de vitesse sur la ligne de visée n'est pas un "vrai" champ scalaire, dans le sens que, lorsque l'on fait la moyenne des vitesses dans une cellule on doit supposer que ces vitesses sont parallèles. Cette hypothèse est de moins en moins valable lorsque la taille de la cellule augmente. Dans HOWLETT et al. 2017a, par exemple, un ajustement avec grille est réalisé mais le nombre de données

est plus grand avec ~ 2062 galaxies et dans un volume plus petit puisque l'intervalle en *redshift* est $0 < z < 0.03$. Dans le cas de notre simulation de ZTF nous avons moins de 2000 SNe Ia dans un volume plus large $0 < z < 0.06$. Face aux difficultés rencontrées avec l'ajustement avec grille, et puisque l'ajustement sans grille semblait nous donner des résultats plus fiables, nous avons décidé de nous concentrer sur ce dernier.

6.3 Résultats principaux

Nous avons appliqué la méthode de maximum de vraisemblance sur les simulations de ZTF décrites dans le Chap. 5. Pour des raisons statistiques c'est les réalisations équivalentes à six ans de ZTF qui sont utilisées dans les études qui vont suivre à l'exception de la prédiction pour la DR2 de ZTF (Sec.6.3.5). On présente dans cette section les principaux résultats publiés dans CARRERES et al. 2023. Dans ce travail nous avons pris en considération les erreurs sur les modules de distances obtenus avec les SNe Ia, mais nous avons négligé les erreurs sur les *redshift*. Nous avons vérifié que, dans le cadre de *redshifts* obtenus par spectroscopie avec une erreur de mesure $\sigma_z \sim 10^{-5}$, cette erreur a un impact négligeable sur $f\sigma_8$.

6.3.1 Prédictions des contraintes sur $f\sigma_8$ pour six ans de ZTF

En première approche, on peut éviter le biais de sélection en ne gardant que les SNe Ia avec un redshift $z < 0.06$. Ce jeu de données, dit complet, réduit la statistique à $\langle N_{\rm SN} \rangle \sim 1620$, ce qui représente la moitié des SNe Ia simulées.

Pour étudier la contrainte de $f\sigma_8$, nous avons réalisé trois ajustements différents. Ces ajustements sont réalisés en minimisant la quantité $-\log\mathcal{L}$, où $\mathcal{L}$ est la fonction de vraisemblance de l'Eq. 6.4, à l'aide de l'algorithme `Minuit` déjà utilisé pour l'ajustement des courbes de lumière en Sec.5.6.2.

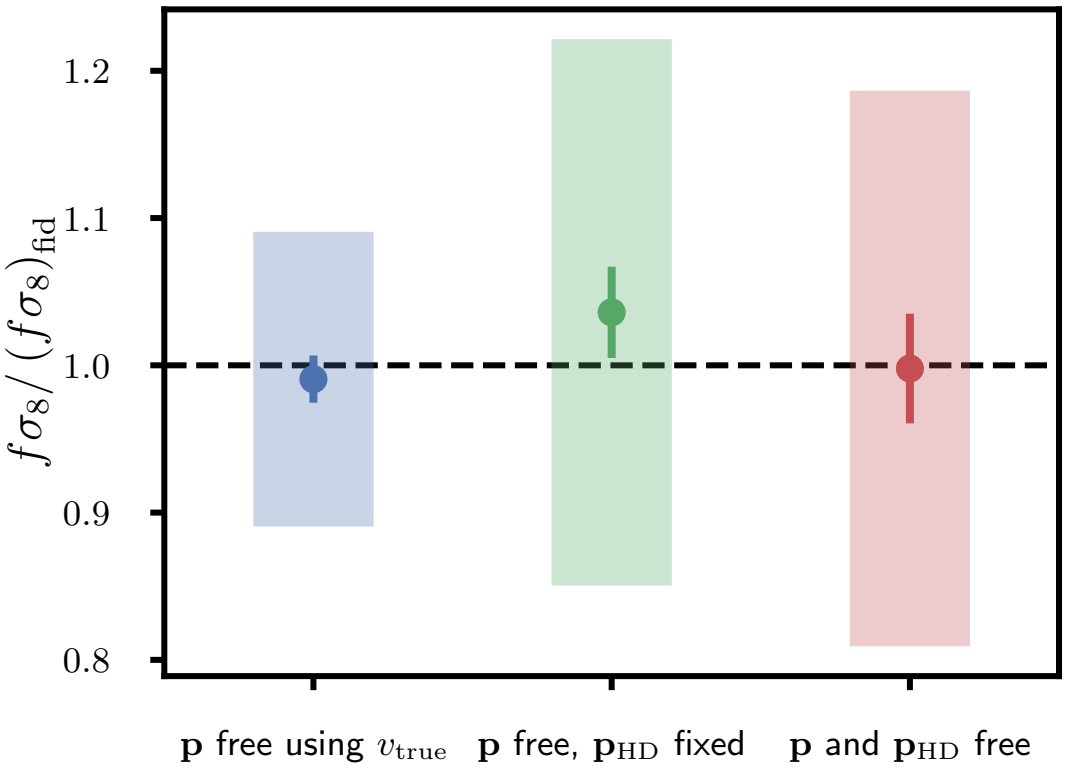


FIGURE 6.10 – Résultat de l'ajustement de $f\sigma_8$ pour les SNe Ia classifiées par spectroscopie dans l'intervalle de *redshift* $z_{obs} \in [0.02, 0.06]$. Les points avec barres d'erreur montrent la moyenne obtenue sur nos 27 réalisations, les rectangles colorés représentent l'incertitude moyenne sur $f\sigma_8$.

Le premier ajustement réalisé est celui des vitesses réelles c'est-à-dire celles en sortie de la simulation N-body. Le résultat de cet ajustement est présenté en bleu dans la Fig. 6.10. Sur nos 27 réalisations on obtient le résultat

$$\langle f\sigma_8/\left(f\sigma_8\right)_{\rm fid}\rangle = 0.991 \pm 0.016. \tag{6.30}$$

Ce résultat est compatible dans la barre d'erreur à 1-σ avec la valeur fiducielle de la simulation. Cet élément permet de montrer que le modèle du maximum de likelihood est valable. L'incertitude moyenne sur les 27 réalisations est donnée par

$$\sqrt{\langle\sigma^2_{f\sigma_8}\rangle}/(f\sigma_8)_{\rm fid} = 0.100. \tag{6.31}$$

Puisque cette mesure est réalisée dans un cas où les vitesses sont parfaitement connues, cette incertitude représente la limite basse de l'erreur que l'on peut obtenir pour $f\sigma_8$ avec la statistique de la simulation.

Lors du deuxième ajustement, on utilise les vitesses estimées $\hat{v}_i$, mais on fixe les paramètres du diagramme de Hubble $\mathbf{p}_{\rm HD}$ à leurs valeurs simulées. Lors des premières

tentatives de cet ajustement, nous avons observé que la statistique n'était pas assez importante pour contraindre σ_u. La dégénérescence entre les hautes valeurs de σ_u et $f\sigma_8$ mène alors à une surestimation de σ_u et $f\sigma_8$. Pour compenser ce problème, certains travaux décident de fixer σ_u en se basant sur les résultats des simulations (LAI et al. 2023). Dans ce travail, on décide d'utiliser un prior gaussien centré sur $\mu_{\sigma_u} = 15$ Mpc.h^{-1} avec une largeur $\sigma_{\sigma_u} = 0.5\mu_{\sigma_u}$. Cette valeur est proche de ce qui est observé dans KODA et al. 2014 et du résultat obtenu lors de notre premier ajustement. La dépendance de $f\sigma_8$ au prior est discuté en Sec. 6.3.2. L'ajustement est représenté en vert, au centre de la Fig. 6.10. La valeur moyenne de $f\sigma_8$ est

$$\langle f\sigma_8 / \left(f\sigma_8\right)_{\rm fid} \rangle = 1.036 \pm 0.031. \tag{6.32}$$

Cette valeur est à un peu plus de 1σ de la valeur fiducielle. Ce possible biais est négligeable par rapport à l'incertitude moyenne

$$\sqrt{\langle \sigma^2_{f\sigma_8} \rangle} / (f\sigma_8)_{\rm fid} = 0.185. \tag{6.33}$$

Lors de cet ajustement on peut remarquer sur le panneau central de la Fig. 6.14 que pour au moins une des réalisations, la valeur de $f\sigma_8$ obtenue semble basse. Il semble que l'ajustement puisse devenir instable en particulier avec une coupure à bas z, là où la statistique est la plus faible.

Dans le troisième ajustement, on va faire varier à la fois les paramètres $\mathbf{p}$ avec les paramètres du diagramme de Hubble $\mathbf{p}_{\rm HD}$. Les résultats de cet ajustement sont représentés en rouge, sur la droite de la Fig. 6.10. La valeur de $f\sigma_8$ obtenue est

$$\langle f\sigma_8 / \left(f\sigma_8\right)_{\rm fid} \rangle = 0.998 \pm 0.037. \tag{6.34}$$

Cette valeur est compatible avec la valeur fiducielle. Comme lors de l'ajustement précédent, on peut voir sur le panneau en bas de la Fig. 6.14 que l'une des réalisations donne un résultat de $f\sigma_8$ qui semble très faible. Cependant le minimiseur `Minuit` donne le minimum obtenu comme valide, nous avons donc décidé de conserver ce résultat et de vérifier qu'il ne changeait pas significativement la valeur moyenne de $f\sigma_8$ obtenue. L'incertitude moyenne de $f\sigma_8$ pour cet ajustement est

$$\sqrt{\langle \sigma^2_{f\sigma_8} \rangle} / (f\sigma_8)_{\rm fid} = 0.188. \tag{6.35}$$

On remarque que l'incertitude ne varie pas entre le cas où $\mathbf{p}_{\rm HD}$ est fixé et celui où $\mathbf{p}_{\rm HD}$ est libre. Les résultats pour tous les paramètres de l'ajustement sont donnés dans la Table 6.1. La valeur de M_0 est ~ 0.01 mag plus faible que la valeur fiducielle, soit environ du même ordre de grandeur que le biais de sélection dans les résidus du diagramme de Hubble à $z \sim 0.06$. Les paramètres de standardisation α et β sont, en moyenne, biaisés par rapport aux valeurs fiducielles. Dans le cas d'un ajustement sur le diagramme de Hubble avant sélection nous retrouvons bien les valeurs d'entrée. Ces biais peuvent donc provenir des effets de sélection. Cependant, ils semblent avoir

TABLEAU 6.1 – Résultats obtenus pour les paramètres $p \in \mathbf{p}, \mathbf{p}_{\rm HD}$ avec nos 27 réalisations de 6 ans du relevé de SNe Ia ZTF dans un intervalle de *redshift* $z \in [0.02, 0.06]$.

Paramètres	$p_{\rm true}$	$\langle p \rangle$	$\sqrt{\langle \sigma_p^2 \rangle}$
$f\sigma_8/(f\sigma_8)_{\rm fid}$	1.0	0.998 ± 0.037	0.188
α	0.14	0.1356 ± 0.0006	0.004
β	3.1	3.054 ± 0.006	0.04
M_0	-19.019	-19.027 ± 0.002	0.014
σ_M	0.12	0.1196 ± 0.0008	0.004
σ_u	-	14.1 ± 0.5	6.4
σ_v	-	168 ± 20	186

un effet négligeable sur la valeur de $f\sigma_8$, ce qui peut s'expliquer par l'absence de corrélation forte entre α, β et $f\sigma_8$. Le paramètre de variance intrinsèque des SNe Ia, σ_M, est retrouvé avec une bonne précision.

Pour savoir si notre modèle prend correctement en compte l'erreur du au bruit d'observation et celui du à la variance cosmique, on peut comparer l'incertitude moyenne à la dispersion des résultats obtenus pour $f\sigma_8$ dans nos 27 réalisations. On a dans la Table 6.1 une incertitude moyenne sur $f\sigma_8$ de 0.188. L'écart-type de $f\sigma_8$ entre les différentes réalisations est STD$(f\sigma_8) \simeq 0.194$. Cela semble indiquer que notre analyse prend correctement en compte les différentes sources d'erreurs.

Pour analyser la fonction de vraisemblance $\mathcal{L}$ nous avons aussi utilisé l'algorithme de chaînes MCMC de la bibliothèque Python `emcee` [1]. Les postérieurs de la fonction de vraisemblance obtenus pour l'une des réalisations sont tracés dans la Fig. 6.11. On peut observer la concordance entre les contours des chaînes MCMC (en rouge) et les résultats obtenus avec `Minuit` (en vert). On peut faire la remarque que les erreurs calculées par `Minuit` sont obtenues par l'algorithme `minos` qui utilise une exploration des profils de la fonction de vraisemblance 1D de chaque paramètre [2]. Comme dit précédemment, on n'observe pas de corrélation particulière entre les paramètres α, β, M_0 et $f\sigma_8$. On peut remarquer une corrélation entre σ_v et σ_M dont la dégénérescence est principalement levée par la dépendance en *redshift* de σ_v. La barre d'erreur asymétrique sur $f\sigma_8$ semble être légèrement plus large pour les valeurs hautes de $f\sigma_8$. Cela peut être expliqué par la dégénérescence que l'on observe pour les grandes valeurs de $f\sigma_8$ et σ_u. De plus, on voit que la contrainte sur σ_u est fortement dominée par notre prior gaussien (en pointillés bleus).

1. https://github.com/dfm/emcee
2. Pour plus de détails voir https://iminuit.readthedocs.io/en/stable/notebooks/hesse_and_minos.html

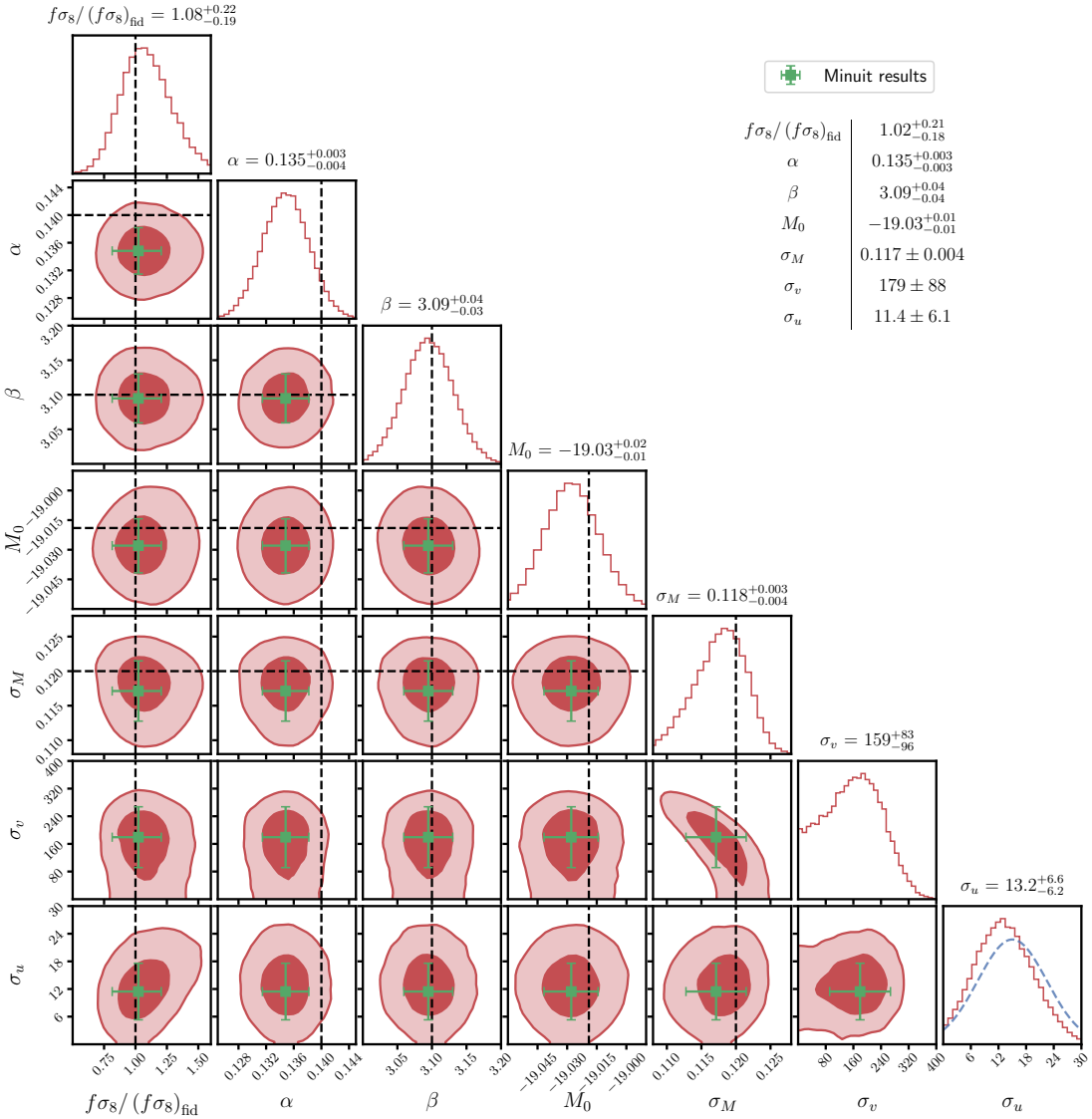


FIGURE 6.11 – Profil de la fonction de vraisemblance obtenue à l'aide des chaînes MCMC lors de l'ajustement commun du diagramme de Hubble et des paramètres liés à l'accroissement des structures pour une de nos réalisations des SNe Ia ZTF. Les contours rouges représentent les intervalles de confiance à 1 et 2-σ, les lignes en pointillées noires indiquent les valeurs fiducielles des paramètres, la ligne en pointillé bleue représente le *prior* sur σ_u et les carrés verts montrent les résultats obtenus avec `Minuit`.

6.3.2 Variations du prior sur σ_u

Lors de l'analyse présentée dans la section précédente, on a vu qu'il était nécessaire de donner un prior gaussien pour le paramètre σ_u. Nous avons fait le choix de fixer le

centre et la largeur de ce prior à $\mu_{p(\sigma_u)} = 15$ Mpc.h^{-1} et $\sigma_{p(\sigma_u)} = 0.5\mu_{\sigma_u}$. Nous allons tester ici comment ce choix influe sur le résultat obtenu pour $f\sigma_8$.

On va d'abord varier la valeur centrale du prior, la largeur étant fixée à 50% de $\mu_{p(\sigma_u)}$. Les résultats obtenus sont tracés sur la Fig. 6.12. On peut voir que pour $\mu_{p(\sigma_u)} \in [5, 23]$ Mpc.h^{-1}, le résultat pour $f\sigma_8$ varie de ~ -9 à $\sim +6$ pourcent par rapport à notre résultat de référence.

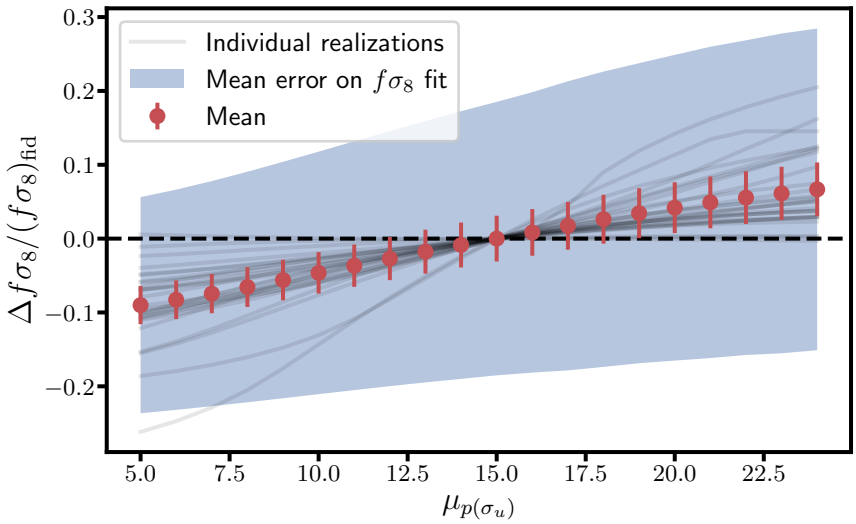


FIGURE 6.12 – Variation du résultat sur $f\sigma_8$ en fonction de la valeur centrale du *prior* sur σ_u par rapport au résultat de référence avec $\mu_{p(\sigma_u)} = 15$ Mpc.h^{-1}. Les points rouges représentent la variation de $f\sigma_8$ moyenne pour chaque valeur centrale du prior, la bande bleue indique l'incertitude moyenne obtenue et les traits gris indiquent les résultats pour chacune des 27 réalisations.

Notre second test consiste à fixer la valeur centrale du *prior* à notre valeur de référence $\mu_{p(\sigma_u)} = 15$ Mpc.h^{-1} et de varier la largeur du prior $\sigma_{p(\sigma_u)}$. Les résultats, représentés sur la Fig. 6.13, montrent que le résultat de l'ajustement pour la valeur centrale de $f\sigma_8$ est indépendant de la largeur du prior tandis que l'erreur sur $f\sigma_8$ varie entre 18% et 20% entre une valeur de σ_u fixée et un *prior* tel que $\sigma_{p(\sigma_u)}/\mu_{p(\sigma_u)} = 1$.

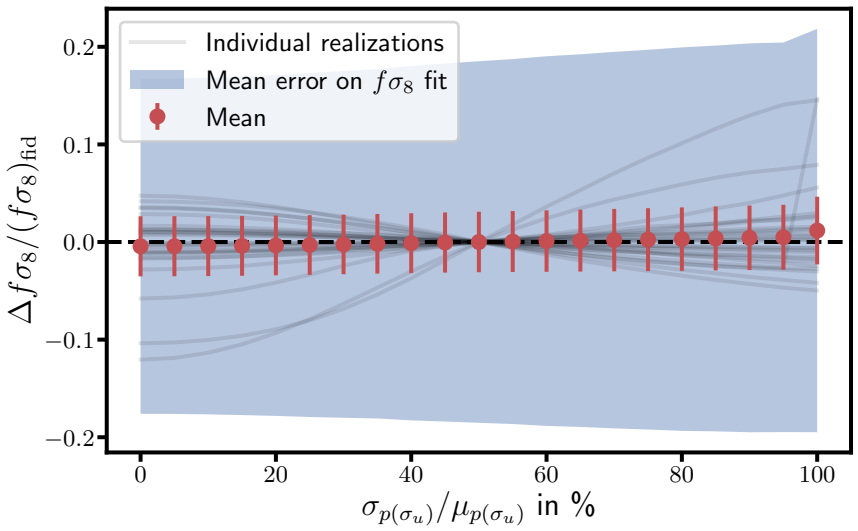


FIGURE 6.13 – Variation du résultat sur $f\sigma_8$ en fonction de la largeur du prior sur σ_u par rapport au résultat de référence avec $\sigma_{p(\sigma_u)} = 0.5\mu_{p(\sigma_u)}$ Mpc.h^{-1}. Les points rouges représentent la variation de $f\sigma_8$ moyenne pour chaque valeur de largeur du prior, la bande bleue indique l'incertitude moyenne obtenue et les traits gris indiquent les résultats pour chacune des 27 réalisations.

6.3.3 Utilisation de différents modèles de spectre de puissance

Dans notre analyse de référence nous avons utilisé le modèle de spectre de puissance de BEL et al. 2019. Comme indiqué dans la Sec. 6.2.3, pour tester la résilience de notre résultat par rapport à ce choix, nous avons reproduit l'analyse des vitesses réelles avec le modèle de spectre de puissance de TARUYA et al. 2012. On utilise ici toutes les SNe Ia jusqu'à $z = 0.13$, puisque les vitesses réelles ne sont pas biaisées. On obtient, en moyenne sur nos 27 réalisations, une variation de $f\sigma_8$

$$\langle \Delta f\sigma_8 \rangle / (f\sigma_8)_{\rm fid} = (-1.5 \pm 4.9) \times 10^{-4}. \tag{6.36}$$

Cette variation est négligeable, ce qui n'est pas surprenant car l'intégrale des deux modèles de spectre de puissance ne diffère que de moins de ~ 1% lorsque $\sigma_u = 15$ Mpc.h^{-1}.

Un second test que nous avons appliqué est l'utilisation du spectre de puissance linéaire lors de l'analyse. La variation de $f\sigma_8$, lorsqu'on utilise le spectre linéaire est

$$\langle \Delta f\sigma_8 \rangle / (f\sigma_8)_{\rm fid} = (-2.7 \pm 0.06) \times 10^{-2}. \tag{6.37}$$

Cette différence d'environ ~ 3% peut s'expliquer par le fait que le spectre de puissance linéaire sur-estime la variance des vitesses aux petites échelles (Fig. 6.4). Ce biais reste

faible face à l'incertitude trouvée sur $f\sigma_8$ lors de nos prédictions pour l'analyse de ZTF.

6.3.4 Utilisation des SNe la au-delà de $z > 0.06$

On a vu dans la Sec. 6.3.1 que limiter nos données à $z < 0.06$ réduit de moitié notre statistique. On va voir ici quelles sont les conséquences du biais de sélection sur $f\sigma_8$ si on s'affranchit de la limite en *redshift* et comment évolue la mesure de $f\sigma_8$ avec une correction parfaite de ce biais.

Effet du biais de sélection sur $f\sigma_8$

Sur la Fig. 6.14, on a représenté les résultats pour $f\sigma_8$ en fonction de la limite en redshift $z_{\rm max}$. Le panneau du haut présente les résultats pour l'ajustement qui utilise les vraies vitesses. On voit que la valeur de $f\sigma_8$ reste non-biaisée, puisque comme discuté en Sec. 5.4, les vitesses réelles ne sont pas biaisées par la sélection.

Le panneau du milieu présente les résultats pour la méthode où les paramètres du diagramme de Hubble des SNe Ia sont fixés aux valeurs d'entrées. On voit qu'à des *redshifts* supérieurs à $z \simeq 0.06$, le biais observé dans les résidus du diagramme de Hubble et les vitesses estimées (Figs. 5.17 et 5.18) se traduit en un biais positif sur la valeur de $f\sigma_8$. Les larges valeurs des vitesses estimées modifient artificiellement la distribution des vitesses qui n'est alors plus une distribution normale centrée en zéro. Cette distribution n'est donc pas correctement modélisée par notre fonction de vraisemblance. Puisque notre fonction de vraisemblance est une gaussienne centrée en zéro, les vitesses biaisées positives sont prises en compte par une augmentation de la largeur de la distribution et mènent à un biais positif sur $f\sigma_8$.

Sur le dernier panneau on a les résultats pour la méthode où tous les paramètres sont libres. Le biais, bien présent, semble se déclencher légèrement plus tard et prendre des valeurs moins importantes que dans le cas précèdent. Le paramètre M_0 est ici libre et est affecté par le biais de sélection. Il va absorber une partie du biais et réduire les hautes valeurs des vitesses estimées. C'est ce qui est montré sur les Figs. 6.15 et 6.16. Sur la Fig. 6.15 sont représentés les résultats pour M_0 en fonction du *redshift* de coupure $z_{\rm max}$, on voit que la valeur de M_0 diminue progressivement au fur et à mesure que la population des SNe Ia biaisée par la sélection est intégrée à la mesure. Sur la Fig. 6.16, on a représenté le biais moyen sur les vitesses en fonctions de z, pour les analyses avec différentes coupures $z_{\rm max}$. La diminution de la valeur de M_0 entraîne un biais négatif sur les vitesses à bas-*redshift* et diminue le biais à haut-*redshift*, par rapport à l'analyse où M_0 est fixée (Fig. 5.18).

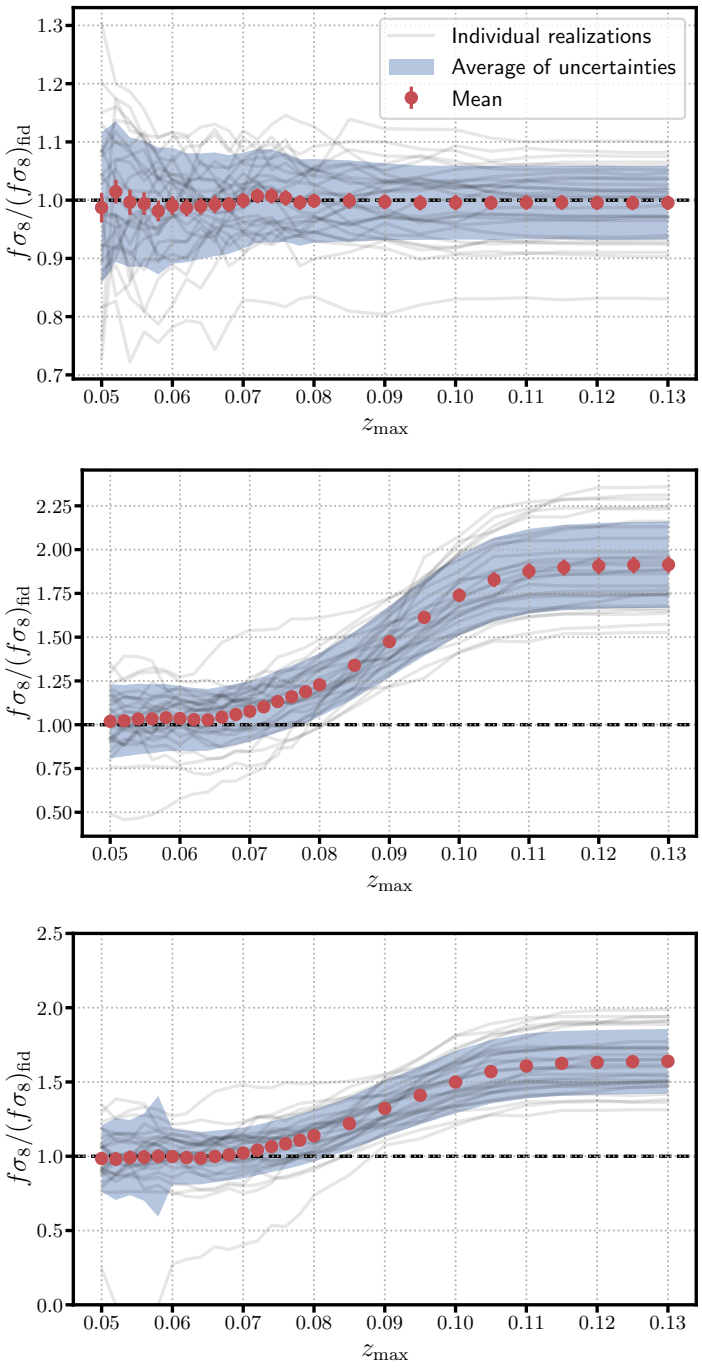


FIGURE 6.14 – Résultats de l'ajustement de $f\sigma_8$ en fonction du *redshift* de coupure $z_{\rm max}$ pour les 27 réalisations du jeu de données équivalent à 6 ans de ZTF. Les points rouges représentent la valeur de $f\sigma_8$ moyenne pour chaque $z_{\rm max}$, la bande bleue indique l'incertitude moyenne obtenue sur $f\sigma_8$ et les traits gris indiquent les résultats pour chacune des réalisations. *Haut* : Résultats de l'ajustement sur les vitesses vraies v_{true}. *Centre* : Résultats de l'ajustement sur les vitesses estimées $\hat{v}$ avec $\mathbf{p}$ libre et $\mathbf{p}_{HD}$ fixé. *Bas* : Résultats de l'ajustement sur les vitesses estimées $\hat{v}$ avec $\mathbf{p}$ et $\mathbf{p}_{HD}$ libres.

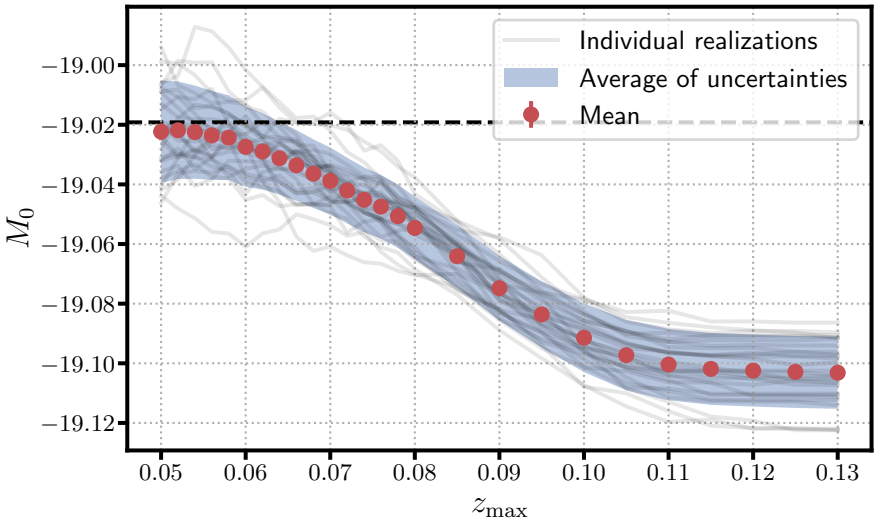


FIGURE 6.15 – Résultats obtenus pour la magnitude absolue des SNe Ia M_0 en fonction du *redshift* de coupure $z_{\max}$. Les points rouges représentent la valeur de M_0 moyenne par intervalle de *redshift*, la bande bleue indique l'incertitude moyenne obtenue sur M_0 et les traits gris indiquent les résultats pour chacune des 27 réalisations.

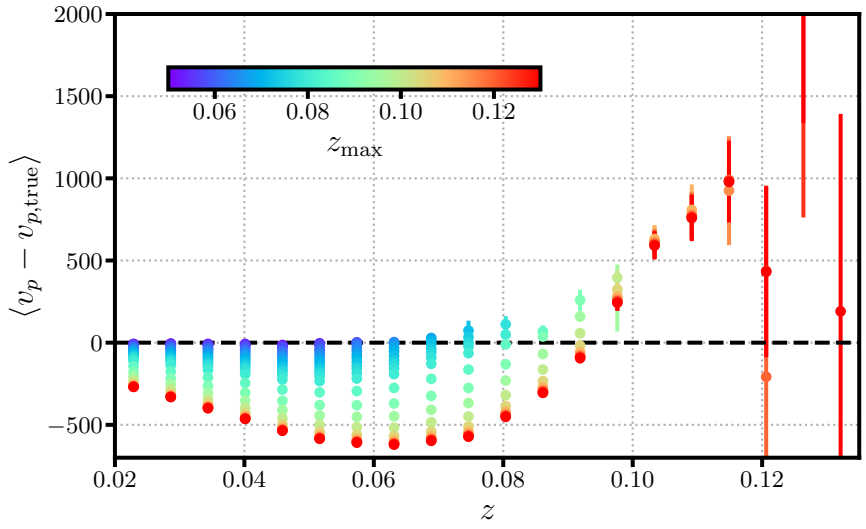


FIGURE 6.16 – Biais moyen sur les vitesses estimées en fonction du *redshift* z. Les points indiquent le biais moyen par intervalle de *redshift*. L'échelle de couleur varie en fonction du *redshift* de coupure $z_{\max}$ utilisé lors de l'ajustement. Le biais négatif sur M_0 dû au biais de sélection pour les coupures $z_{\max} > 0.06$ entraîne un biais négatif sur les vitesses estimées à bas *redshift*.

Correction parfaite du biais

La possibilité d'une correction du biais de sélection par les méthodes utilisées dans BETOULE et al. 2014 ou KESSLER et SCOLNIC 2017, n'est pas directement applicable. Par exemple, une correction par coquille de *redshift* va d'une part corriger le module de distance observé $\mu_{\rm obs}$ pour l'approcher de $\mu_{\rm th}(z_{\rm obs})$, ce qui devrait corriger l'estimation de la vitesse, mais d'autre part une telle correction pourrait créer une fausse corrélation entre toutes les SNe Ia au même *redshift* par l'ajout d'une correction de vitesse identique. Une autre possibilité pour corriger le biais serait d'écrire une nouvelle fonction de vraisemblance qui modéliserait la distribution des vitesses modifiée par la fonction de sélection des SNe Ia (voir KIM 2021).

Au cours du travail sur la simulation ZTF, nous avons décidé de ne pas tenter de correction mais de quantifier l'amélioration de la mesure qui peut être obtenue par une correction parfaite du biais. Pour simuler cette correction, on peut prendre les valeurs des vraies vitesses de chaque SNe Ia $v_{\rm true}$, qui ne sont pas biaisées par la sélection (Fig. 5.15), et tirer de nouvelles vitesses non-biaisées sur une distribution gaussienne centrée sur $v_{\rm true}$ avec une largeur égale à l'erreur sur la vitesse estimée $\sigma_{\hat{v}}$

$$\hat{v}^i_{\rm debias} \sim \mathcal{N}\left(v^i_{\rm true}, \sigma^i_{\hat{v}}\right). \tag{6.38}$$

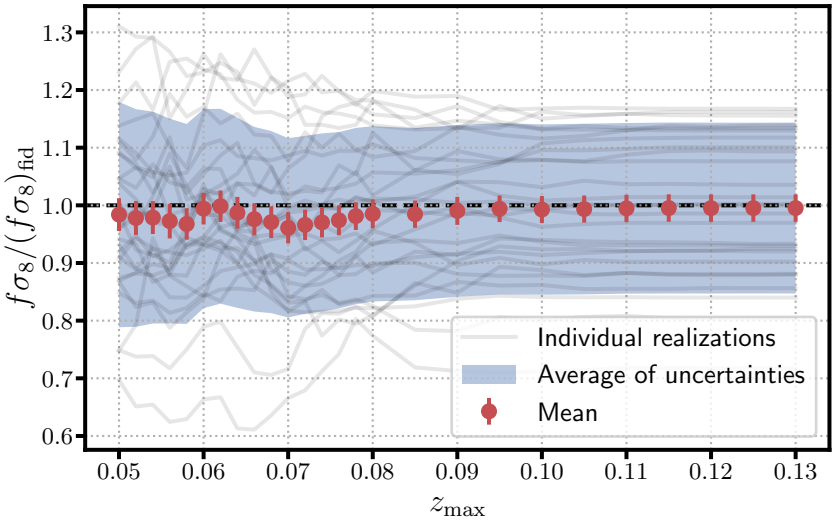


FIGURE 6.17 – Résultat de l'ajustement pour $f\sigma_8$ avec des vitesses estimées non-biaisées. Les points rouges représentent la valeur de $f\sigma_8$ moyenne par intervalle de *redshift*, les traits gris indiquent les résultats pour chacune des 27 réalisations.

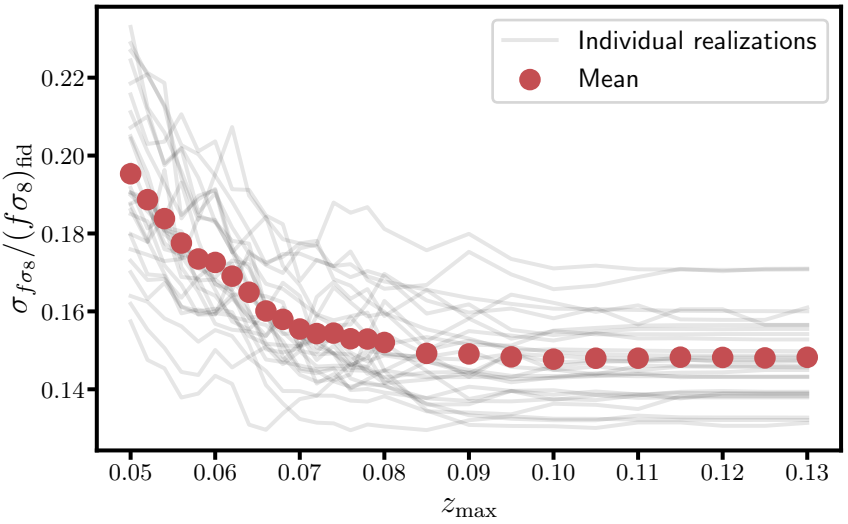


FIGURE 6.18 – Erreur obtenue sur $f\sigma_8$ lors de l'ajustement avec les vitesses non-biaisées. Les points rouges représentent la moyenne des erreurs par intervalle de *redshift*, les traits gris indiquent les erreurs de chacune des 27 réalisations.

Les vitesses ainsi obtenues ne sont plus biaisées, indépendamment du *redshift*. Les résultats de l'ajustement de $f\sigma_8$ sur ces vitesses en fonction du *redshift* de coupure $z_{\rm max}$ sont tracés sur la Fig. 6.17. On peut voir que, comme attendu, le résultat n'est plus biaisé. Sur la Fig. 6.18, on montre l'évolution de l'erreur sur $f\sigma_8$ en fonction de $z_{\rm max}$. On remarque que lors de l'ajustement de $f\sigma_8$ sur ce jeu de données non biaisées avec une coupure en *redshift* à $z = 0.06$, la précision est de 17%, elle a donc diminué par rapport à l'ajustement précédent sur les vitesses estimées pour lequel on avait obtenu une précision de 19%. Cette diminution peut se comprendre par le fait que dans cet ajustement tous les biais liés à l'estimation des vitesses (voir Fig 6.16) sont évités. Entre les *redshifts* de coupure $z_{\rm max} = 0.06$ et $z_{\rm max} = 0.13$ l'erreur passe de 17 à 15%. Cette évolution est assez faible alors que la statistique de SNe Ia double dans le même intervalle. Cette faible diminution de l'erreur peut s'expliquer par au moins deux facteurs. Le premier est que comme vu sur la Fig. 5.13, la densité de SNe Ia diminue fortement après $z \sim 0.06$. Le second est que l'erreur sur l'estimation des vitesses augmente de manière presque linéaire avec le *redshift*. On peut donc conclure que le volume supplémentaire que l'on inclut lors de l'utilisation des SNe Ia à des *redshift* au-delà de $z \sim 0.06$ est, du fait de la sélection spectrométrique, mal échantillonné et avec un bruit plus important qu'à plus bas *redshift*. Le pouvoir de contrainte de ces SNe Ia supplémentaires est donc assez faible et ne diminue pas significativement l'erreur sur $f\sigma_8$.

6.3.5 Prédictions pour la mesure de $f\sigma_8$ avec la simulation de ZTF DR2

Nous avons reproduit l'analyse pour notre simulation de la DR2 de ZTF. Le nombre de SNe Ia dans cette simulation est environ deux fois plus faible que dans la simulation des six ans de ZTF, avec $< N >= 1658$ sans coupure en *redshift* et $< N >= 775$ avec une coupure à $z_{\rm max} = 0.06$.

La Fig. 6.19 représente les contraintes sur $f\sigma_8$ pour le jeu de données simulé de la DR2 de ZTF avec une coupure en *redshift* $z_{\rm max} = 0.06$. L'ajustement avec les vitesses réelles donne un résultat de

$$f\sigma_8/(f\sigma_8)_{\rm fid} = 0.972 \pm 0.019. \tag{6.39}$$

Ce résultat est en tension avec la valeur fiducielle à $\sim 1.5\sigma$. Ce biais est inférieur à l'incertitude moyenne

$$\sqrt{\langle \sigma^2_{f\sigma_8} \rangle}/(f\sigma_8)_{\rm fid} = 0.128. \tag{6.40}$$

De plus si on regarde le premier panneau de la Fig. 6.20, qui montre les résultats de l'ajustement sur $f\sigma_8$ en fonction de la coupure en *redshift*, on voit que la mesure de $f\sigma_8$ semble converger vers la valeur fiducielle lorsqu'on ajoute plus de SNe Ia. Le résultat pour l'ajustement de $\mathbf{p}$ avec les vitesses estimées et avec $\mathbf{p}_{\rm HD}$ fixé aux valeurs d'entrée de la simulation et le même prior sur σ_u que précédemment est

$$f\sigma_8/(f\sigma_8)_{\rm fid} = 0.968 \pm 0.046. \tag{6.41}$$

Ce résultat est compatible avec la valeur fiducielle de $f\sigma_8$. L'incertitude moyenne obtenue est

$$\sqrt{\langle \sigma^2_{f\sigma_8} \rangle}/(f\sigma_8)_{\rm fid} = 0.246. \tag{6.42}$$

Pour l'ajustement avec $\mathbf{p}$ et $\mathbf{p}_{\rm HD}$ libres, on obtient

$$f\sigma_8/(f\sigma_8)_{\rm fid} = 0.923 \pm 0.051. \tag{6.43}$$

Ce résultat est en tension à $\sim 1.5\sigma$ avec la valeur fiducielle. On remarque sur le panneau en bas de la Fig. 6.20 que la baisse de statistique cause des instabilités dans l'ajustement dans un plus grand nombre de réalisations, ce qui peut être en partie responsable de résultats bas pour $f\sigma_8$. Ici aussi le biais n'est pas significatif par rapport à l'incertitude moyenne

$$\sqrt{\langle \sigma^2_{f\sigma_8} \rangle}/(f\sigma_8)_{\rm fid} = 0.255. \tag{6.44}$$

Comme précédemment, la différence entre les erreurs obtenues lorsqu'on fixe ou non $\mathbf{p}_{\rm HD}$ est faible.

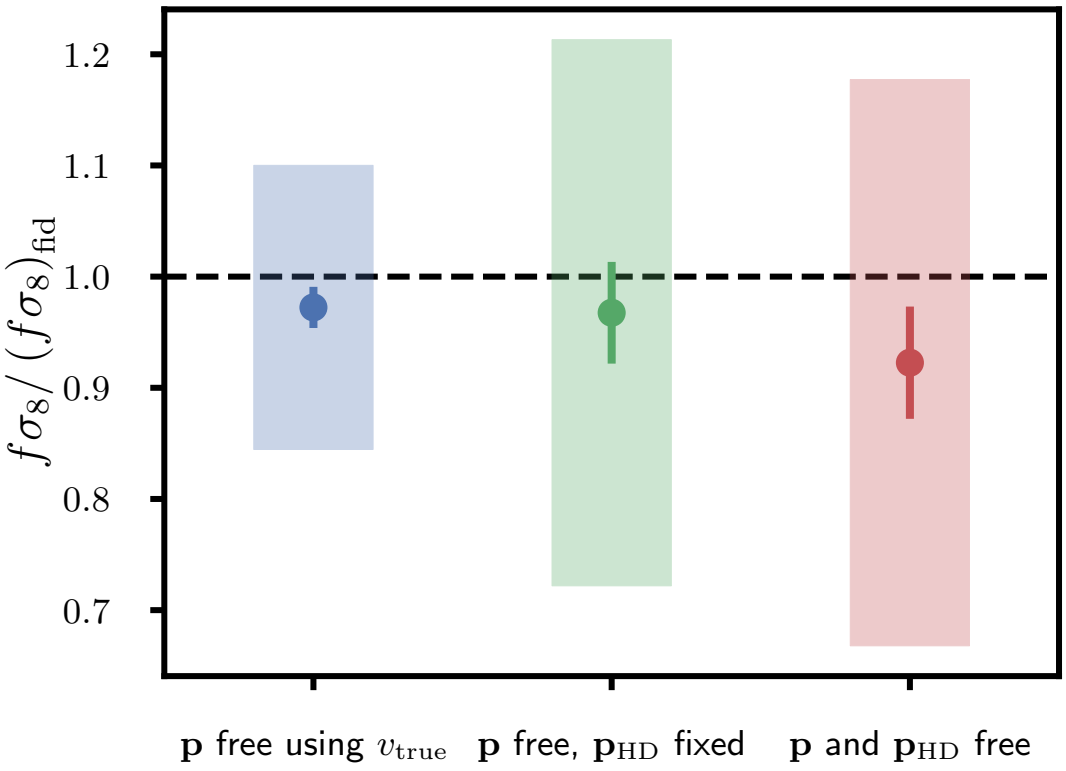


FIGURE 6.19 – Meilleures contraintes sur $f\sigma_8$ pour le jeu de donnée simulé de la DR2 de ZTF avec les SNe Ia dans l'intervalle de *redshift* $z \in [0.02, 0.06]$. Les points avec barres d'erreur montrent la moyenne obtenue sur nos 27 réalisations, les rectangles colorés représentent l'incertitude moyenne sur $f\sigma_8$.

Une comparaison avec l'erreur obtenue précédemment pour les six ans de ZTF peut nous permettre d'avoir une première estimation de la part de la variance cosmique dans l'erreur totale sur $f\sigma_8$. Si on modélise l'erreur telle que

$$\sigma_{f\sigma_8} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{N} + b^2}, \tag{6.45}$$

où σ^2 est une composante dont l'importance décroît lorsque le nombre de SNe Ia augmente et b une composante constante liée à la variance cosmique. Avec deux mesures du taux de croissance des structures dans un même intervalle de *redshift* et avec différents nombres de SNe Ia, on peut obtenir la composante de la variance cosmique comme

$$b = \sqrt{\frac{N_1\sigma^2_{f\sigma_8,1} - N_2\sigma^2_{f\sigma_8,2}}{N_1 - N_2}}, \tag{6.46}$$

avec N_1, N_2 les nombres de SNe Ia et $\sigma_{f\sigma_8,1}$, $\sigma_{f\sigma_8,2}$ les erreurs sur $f\sigma_8$ pour, respecti-

vement, chacune des deux contraintes. Si on applique l'Eq. 6.46 aux résultats obtenus avec les vraies vitesses on obtient

$$\sqrt{\langle b^2 \rangle}/(f\sigma_8)_{\rm fid} = \sqrt{\frac{1620 \times 0.100^2 - 775 \times 0.128^2}{1620 - 775}} \simeq 0.064. \tag{6.47}$$

Cette valeur de b semble indiquer que le jeu de données de ZTF ne sera pas limité par la variance cosmique même après six ans de prise de données. On peut estimer que la composante statistique aura la même amplitude que la variance cosmique pour $N \sim 2300$ SNe Ia. Cette estimation n'est valable que pour un jeu de données limité $z < 0.06$ et reste simpliste. Elle pourra être raffinée dans de prochains travaux.

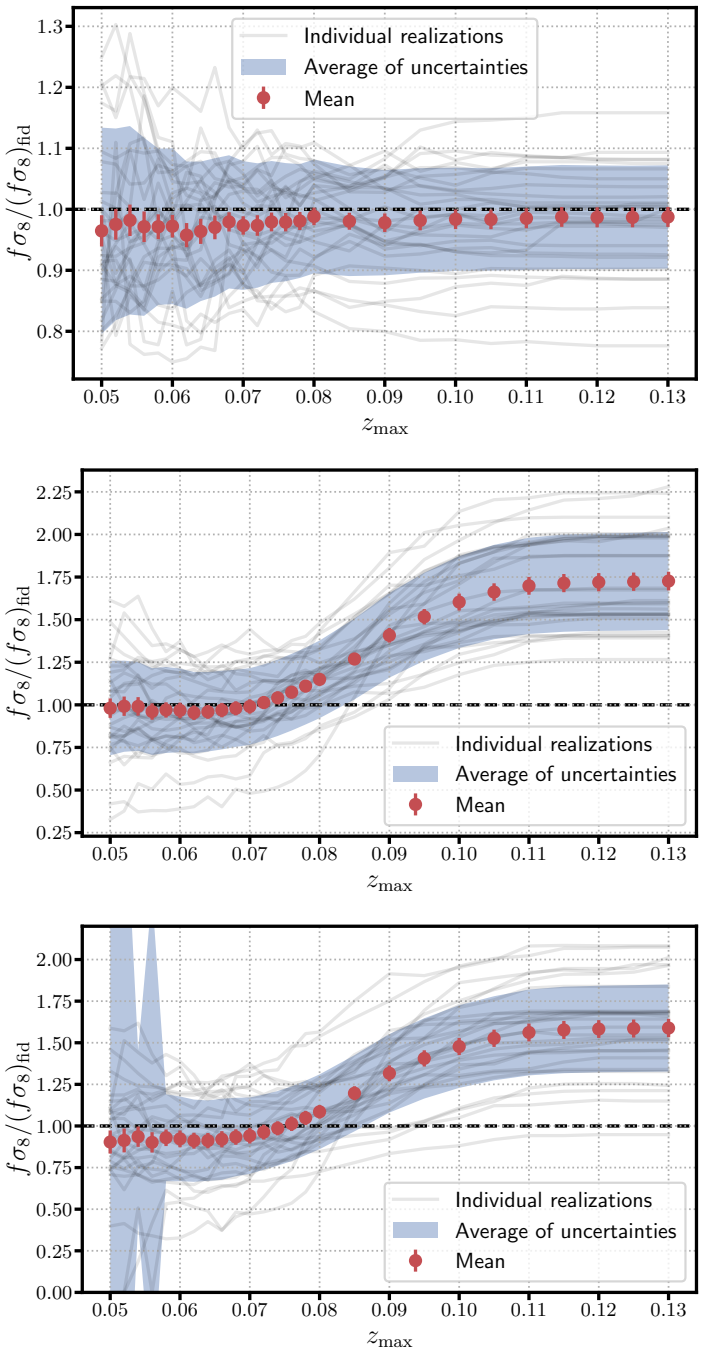


FIGURE 6.20 – Résultats de l'ajustement de $f\sigma_8$ en fonction du *redshift* de coupure $z_{\rm max}$ pour les 27 réalisations du jeu de données DR2. Les points rouges représentent la valeur de $f\sigma_8$ moyenne pour chaque $z_{\rm max}$, la bande bleue indique l'incertitude moyenne obtenue sur $f\sigma_8$ et les traits gris indiquent les résultats pour chacune des 27 réalisations. *Haut* : Résultats de l'ajustement sur les vitesses vraies v_{true}. *Centre* : Résultats de l'ajustement sur les vitesses estimées $\hat{v}$ avec $\mathbf{p}$ libre et $\mathbf{p}_{HD}$ fixé. *Bas* : Résultats de l'ajustement sur les vitesses estimées $\hat{v}$ avec $\mathbf{p}$ et $\mathbf{p}_{HD}$ libres.

6.3.6 Comparaison avec les mesures existantes et futures

On peut comparer notre résultat obtenu pour l'équivalent de six ans de ZTF avec les mesures actuelles. Dans la Sec. 6.3.1, on a obtenu une contrainte avec 19% d'erreur sur $f\sigma_8$ en utilisant $\langle N \rangle \sim 1660$ SNe Ia dans un intervalle de *redshift* $0.02 < z < 0.06$. La Fig. 6.21 compare les différentes mesures de $f\sigma_8$ existantes avec celle prédite pour ZTF dans ce travail de thèse. Une partie de ces contraintes utilisent, en plus des vitesses particulières, des traceurs de la densité pour calculer la corrélation croisée vitesses-densité et améliorer la contrainte. Les travaux qui n'utilisent que des vitesses particulières sont ceux de JOHNSON et al. 2014 ; HOWLETT et al. 2017a. Dans JOHNSON et al. 2014 l'utilisation de 8896 distances obtenues par la relation FP du catalogue 6dF dans un intervalle de *redshift* $0 < z < 0.05$, combinées avec 203 distances de SNe Ia à $z < 0.07$ provenant de différents jeux de données ont permis d'obtenir une contrainte sur $f\sigma_8$ avec une précision de $\sim 15\%$. HOWLETT et al. 2017a utilise 2062 distances obtenues par la relation TF du catalogue 2MTF dans un intervalle de *redshift* $0.002 < z < 0.03$ pour contraindre $f\sigma_8$ avec une précision de $\sim 16\%$. Notre prédiction est comparable à ces deux mesures bien qu'un peu moins précise. Cependant, ZTF échantillonne un volume plus grand $0.02 < z < 0.06$ dans tout l'hémisphère nord, ce qui devrait le rendre moins sensible à la variance cosmique sur $f\sigma_8$.

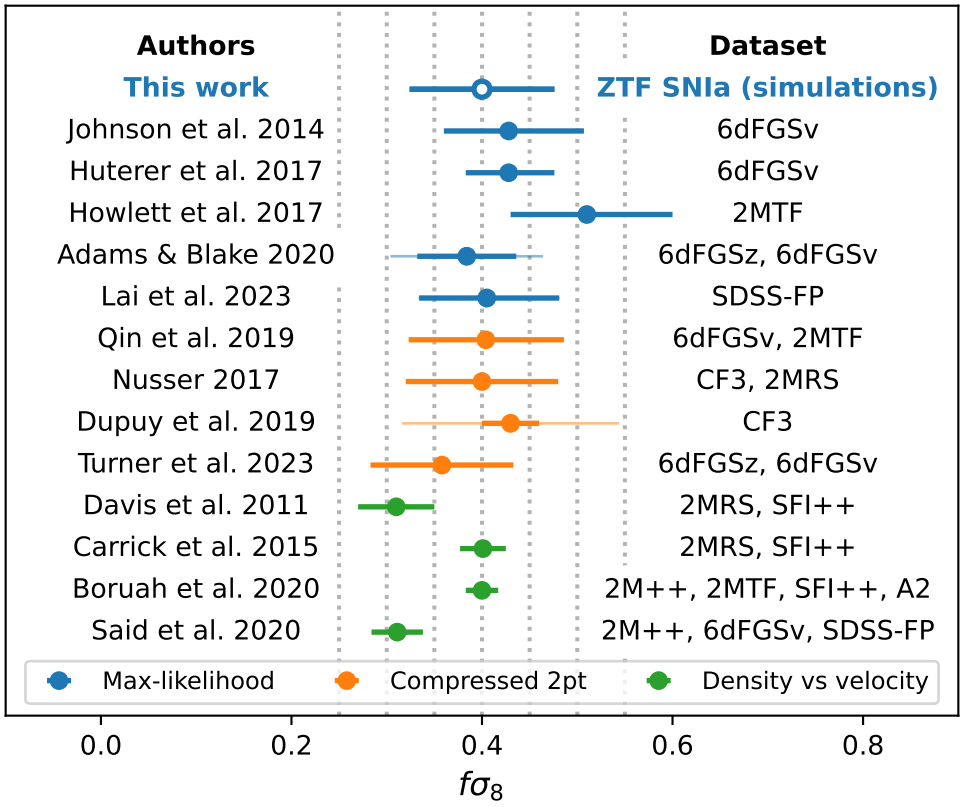


FIGURE 6.21 – Comparaison entre la contrainte sur $f\sigma_8$ prédite pour ZTF dans notre travail et les contraintes existantes.

Une autre comparaison intéressante est celle avec les prédictions pour les mesures directes futures des FP et TF de DESI (SAULDER et al. 2023). On a tracé les prévisions pour ces mesures sur la Fig. 6.22. Dans l'intervalle de *redshift* $0 < z < 0.05$ qui est semblable à celui de ZTF, la meilleure prévision pour les vitesses particulières de DESI est une précision de ~ 16% sur $f\sigma_8$. Il est attendu que DESI mesure au total ~ 133000 FP et ~ 53000 TF utilisables pour la cosmologie tous *redshift* confondus.

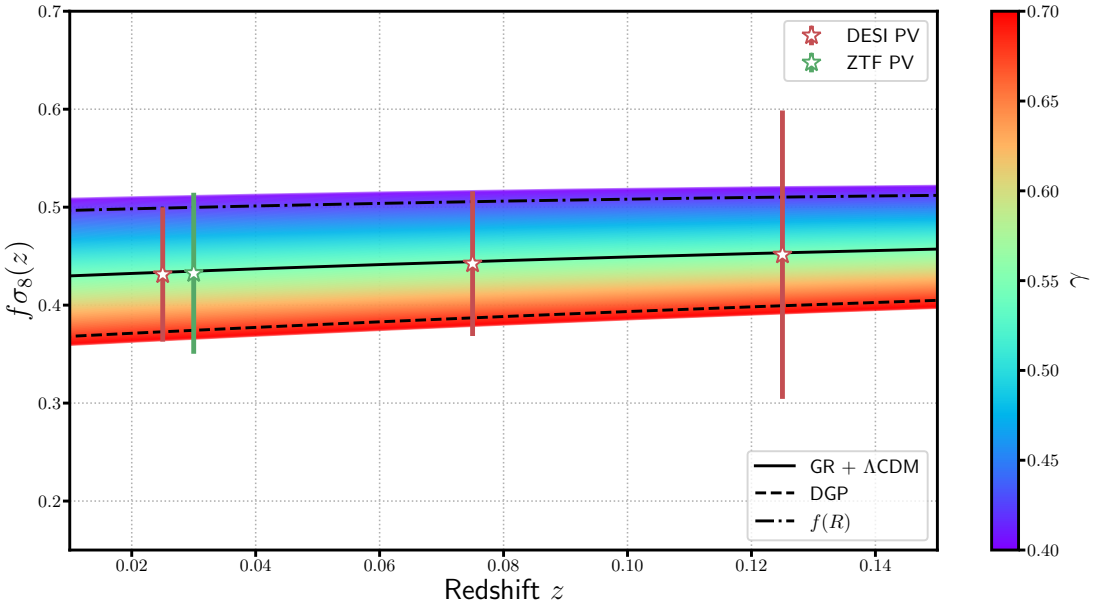


FIGURE 6.22 – Prévisions sur la contrainte de $f\sigma_8$ pour les vitesses particulière de ZTF (CARRERES et al. 2023) et de DESI (SAULDER et al. 2023).

Bien que les prévisions pour les contraintes de ZTF semblent encore un peu en-dessous de ce qui est attendu pour les relevés TF et FP de galaxies de DESI, il faut noter que notre travail s'est concentré sur les SNe Ia classifiées par spectroscopie. Des travaux sont en cours pour construire un jeu de données avec une classification photométrique, ce qui devrait permettre une augmentation de la statistique.

Conclusion

Conclusion générale

L'un des défis de la cosmologie moderne est de comprendre l'origine de l'accélération de l'expansion de l'Univers. Il nous faut donc discriminer entre la possibilité d'une nouvelle forme d'énergie dite noire, qui est représentée par la constante cosmologique Λ dans le modèle standard, et celle d'une théorie de la gravité au-delà de la relativité générale. L'observation des structures de matière aux grandes échelles, en particulier celle de leur évolution dans le temps, permet de faire cette distinction.

Mon travail s'est focalisé sur la mesure du taux de croissance des structures $f\sigma_8$ dans le cadre du relevé ZTF. J'ai développé une simulation complète d'un relevé de SNe Ia qui utilise une simulation *N-body* pour avoir un champ de vitesse cosmologique ainsi que des données d'observations pour obtenir des courbes de lumière réalistes. J'ai ensuite appliqué aux données simulées les sélections photométriques et spectroscopiques propres au relevé ZTF. Ainsi, j'ai pu étudier le biais de sélection lié à la limite de classification pour les SNe Ia de plus faibles magnitudes. Ce biais impacte directement les résidus du diagramme de Hubble et devient significatif pour un *redshift* $z > 0.06$. L'estimation des vitesses à partir des résidus du diagramme de Hubble se retrouve elle aussi biaisée à partir du même *redshift*. J'ai utilisé la méthode du maximum de vraisemblance sur un jeu de données simulées correspondant à 6 ans du relevé ZTF dans le but de contraindre le paramètre $f\sigma_8$. Les résultats montrent qu'en se limitant aux SNe Ia de *redshift* $z_{\max} < 0.06$, on peut obtenir une contrainte sur $f\sigma_8$ avec une erreur de 19% sans biais significatif. Ce résultat est déjà comparable à ceux obtenus par une méthode similaire avec plusieurs milliers de galaxies et aux prédictions pour le relevé DESI. Un autre résultat est que l'inclusion des SNe Ia à plus haut *redshift* mène à un biais important sur $f\sigma_8$ dominé par la sélection spectroscopique. Ce biais est dû au fait que la fonction de vraisemblance utilisée ne donne pas une modélisation correcte de la distribution des vitesses biaisées. Nous avons quantifié qu'une correction parfaite de ce biais, bien que doublant la statistique de SNe Ia, ne permet pas une augmentation significative de la contrainte sur $f\sigma_8$. Cet effet est compris comme une conséquence de la diminution rapide de la densité de SNe Ia observées après $z \sim 0.06$ et de l'augmentation quasi-linéaire de l'erreur sur l'estimation des vitesses avec le *redshift*. Il en résulte un faible pouvoir de contrainte pour les données situées à un *redshift* $z > 0.06$.

Prospectives

La suite de ce travail est l'application de la méthode du maximum de vraisemblance aux données des SNe Ia de ZTF classifiées par spectroscopie. Cependant, les *redshifts* des galaxies hôtes des SNe Ia ne sont pas encore tous disponibles avec une précision spectrométrique. On s'attend à ce que le relevé DESI permette d'en obtenir la plupart.

La possibilité d'augmenter la statistique des SNe Ia avec l'utilisation de méthodes de classification photométrique est en cours d'investigation. Les systématiques liées à la contamination des données par des supernovae non Ia doivent être évaluées dans le cadre de l'analyse de $f\sigma_8$. La classification photométrique des SNe Ia pourrait permettre d'augmenter la statistique et de repousser la limite en *redshift* liée au biais de sélection.

La méthode de simulation proposée dans cette thèse peut aussi être améliorée. Le modèle de bruit peut être affiné pour prendre en compte de manière plus réaliste les bruits de mesure et vérifier que les sources de bruits qui ont été négligées dans ce travail ne résultent pas en d'importants biais ou erreurs sur $f\sigma_8$. De plus, les effets de la dispersion intrinsèque des SNe Ia doivent être évalués dans le cas d'une dispersion dépendant de la longueur d'onde. En effet, des travaux récents semblent montrer une dépendance entre la couleur des SNe Ia et les résidus du diagramme de Hubble (BROUT et SCOLNIC 2021) qui pourrait affecter l'estimation des vitesses particulières. De façon plus générale, des études restent à mener sur les corrélations entre les propriétés des SNe Ia et celles de leurs galaxies hôtes. Ces corrélations pourraient affecter la distribution des vitesses et avoir un impact sur la contrainte de $f\sigma_8$. On peut, par exemple, considérer les corrélations avec la masse de la galaxie hôte, la distribution des vitesses des galaxies pouvant différer selon que celles-ci sont plus ou moins massives. Ces effets devront être inclus dans les futures simulations.

Des travaux sont en cours pour étendre l'analyse de $f\sigma_8$ aux futures données des SNe Ia qui seront observées par l'observatoire Vera Rubin. Des prédictions basées sur les matrices de Fisher sont déjà disponibles (HOWLETT et al. 2017b) mais l'analyse doit encore être étudiée plus en détails à l'aide de simulations.

De futures analyses qui combinent les vitesses provenant des relations TF ou FP des galaxies, celles du relevé DESI par exemple, avec celles obtenues avec les SNe Ia de ZTF sont aussi en cours de préparation. La combinaison des jeux de données pourrait permettre d'augmenter la statistique et donc la contrainte sur $f\sigma_8$. Enfin, les analyses de corrélations croisées vitesses-densités sont aussi en cours d'exploration et pourraient mener aux meilleures contraintes sur $f\sigma_8$ à bas *redshift*, notamment avec l'utilisation conjointe des données de ZTF et de DESI ou de Vera Rubin et 4MOST.

Bibliographie

ABATE, Alexandra et Pirin ERDOGDU (déc. 2009). « Peculiar velocities into the next generation : cosmological parameters from the SFI++ survey ». In : *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 400.3. arXiv : 0905.2967, p. 1541-1547. ISSN : 00358711, 13652966. DOI : 10.1111/j.1365-2966.2009.15561.x. URL : http://arxiv.org/abs/0905.2967 (visité le 01/11/2021) (cf. p. 131, 138, 142, 143).

ABBOTT, B. P. et al. (mars 2021). « A Gravitational-wave Measurement of the Hubble Constant Following the Second Observing Run of Advanced LIGO and Virgo ». en. In : *The Astrophysical Journal* 909.2, p. 218. ISSN : 0004-637X, 1538-4357. DOI : 10.3847/1538-4357/abdcb7. URL : https://iopscience.iop.org/article/10.3847/1538-4357/abdcb7 (visité le 10/05/2023) (cf. p. 34).

ALPHER, R. A. et al. (avr. 1948). « The Origin of Chemical Elements ». In : *Physical Review* 73.7. Publisher : American Physical Society, p. 803-804. DOI : 10.1103/PhysRev.73.803. URL : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.73.803 (visité le 29/04/2023) (cf. p. 27).

AMENDOLA, Luca et al. (déc. 2018a). « Cosmology and Fundamental Physics with the Euclid Satellite ». In : *Living Reviews in Relativity* 21.1. arXiv :1606.00180 [astro-ph], p. 2. ISSN : 2367-3613, 1433-8351. DOI : 10.1007/s41114-017-0010-3. URL : http://arxiv.org/abs/1606.00180 (visité le 13/06/2023) (cf. p. 61).

AMENDOLA, Luca et al. (mars 2018b). « The fate of large-scale structure in modified gravity after GW170817 and GRB170817A ». en. In : *Physical Review Letters* 120.13. arXiv :1711.04825 [astro-ph, physics :gr-qc, physics :hep-th], p. 131101. ISSN : 0031-9007, 1079-7114. DOI : 10.1103/PhysRevLett.120.131101. URL : http://arxiv.org/abs/1711.04825 (visité le 10/12/2023) (cf. p. 38).

AVILA, Santiago et al. (nov. 2020). « The Completed SDSS-IV extended Baryon Oscillation Spectroscopic Survey : exploring the Halo Occupation Distribution model for Emission Line Galaxies ». en. In : *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 499.4. arXiv :2007.09012 [astro-ph], p. 5486-5507. ISSN : 0035-8711, 1365-2966. DOI : 10.1093/mnras/staa2951. URL : http://arxiv.org/abs/2007.09012 (visité le 10/07/2023) (cf. p. 104).

BARBARY, Kyle et al. (juin 2023). *SNCosmo*. DOI : 10.5281/zenodo.8091892. URL : https://zenodo.org/record/8091892 (visité le 07/07/2023) (cf. p. 100).

BARDEEN, James M. (1980). « Gauge Invariant Cosmological Perturbations ». en. In : *Phys.Rev.D* 22, p. 1882-1905. DOI : 10.1103/PhysRevD.22.1882. URL : https://inspirehep.net/literature/159548 (visité le 20/05/2023) (cf. p. 43, 44).

BAUTISTA, Julian E. et al. (nov. 2020). « The Completed SDSS-IV extended Baryon Oscillation Spectroscopic Survey : measurement of the BAO and growth rate of structure of the luminous red galaxy sample from the anisotropic correlation function bet-

ween redshifts 0.6 and 1 ». en. In : *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 500.1. arXiv :2007.08993 [astro-ph], p. 736-762. ISSN : 0035-8711, 1365-2966. DOI : 10.1093/mnras/staa2800. URL : http://arxiv.org/abs/2007.08993 (visité le 11/08/2022) (cf. p. 60).

BEL, Julien et al. (fév. 2019). « Accurate fitting functions for peculiar velocity spectra in standard and massive-neutrino cosmologies ». en. In : *Astronomy & Astrophysics* 622. arXiv : 1809.09338, A109. ISSN : 0004-6361, 1432-0746. DOI : 10.1051/0004-6361/201834513. URL : http://arxiv.org/abs/1809.09338 (visité le 07/11/2021) (cf. p. 135, 136, 150).

BETOULE, M. et al. (août 2014). « Improved cosmological constraints from a joint analysis of the SDSS-II and SNLS supernova samples ». en. In : *Astronomy & Astrophysics* 568. arXiv : 1401.4064, A22. ISSN : 0004-6361, 1432-0746. DOI : 10.1051/0004-6361/201423413. URL : http://arxiv.org/abs/1401.4064 (visité le 16/10/2020) (cf. p. 72, 76, 77, 82, 83, 88, 101, 154).

BEUTLER, Florian et al. (juill. 2012). « The 6dF Galaxy Survey : $z \simeq 0$ measurements of the growth rate and $\sigma 8$: 6dFGS : $z \simeq 0$ measurements of $f\sigma 8$ and $\sigma 8$ ». en. In : *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 423.4, p. 3430-3444. ISSN : 00358711. DOI : 10.1111/j.1365-2966.2012.21136.x. URL : https://academic.oup.com/mnras/article-lookup/doi/10.1111/j.1365-2966.2012.21136.x (visité le 12/06/2023) (cf. p. 60).

BEUTLER, Florian et al. (avr. 2017). « The clustering of galaxies in the completed SDSS-III Baryon Oscillation Spectroscopic Survey : anisotropic galaxy clustering in Fourier space ». In : *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 466.2, p. 2242-2260. ISSN : 0035-8711. DOI : 10.1093/mnras/stw3298. URL : https://doi.org/10.1093/mnras/stw3298 (visité le 12/06/2023) (cf. p. 60).

BIRRER, S. et al. (jan. 2023). *Time-Delay Cosmography : Measuring the Hubble Constant and other cosmological parameters with strong gravitational lensing*. en. arXiv :2210.10833 [astro-ph]. URL : http://arxiv.org/abs/2210.10833 (visité le 10/05/2023) (cf. p. 34).

BLAKE, Chris et al. (août 2011). « The WiggleZ Dark Energy Survey : the growth rate of cosmic structure since redshift z=0.9 ». In : *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 415.3, p. 2876-2891. ISSN : 0035-8711. DOI : 10.1111/j.1365-2966.2011.18903.x. URL : https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2011.18903.x (visité le 12/06/2023) (cf. p. 60).

BLOOMFIELD, Jolyon K. et al. (août 2013). « Dark Energy or Modified Gravity? An Effective Field Theory Approach ». In : *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 2013.08. arXiv :1211.7054 [astro-ph, physics :gr-qc, physics :hep-th], p. 010-010. ISSN : 1475-7516. DOI : 10.1088/1475-7516/2013/08/010. URL : http://arxiv.org/abs/1211.7054 (visité le 17/05/2023) (cf. p. 38).

BORUAH, Supranta S. et al. (sept. 2020). « Cosmic flows in the nearby Universe : new peculiar velocities from SNe and cosmological constraints ». en. In : *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 498.2. arXiv : 1912.09383, p. 2703-2718. ISSN : 0035-8711, 1365-2966. DOI : 10.1093/mnras/staa2485. URL : http://arxiv.org/abs/1912.09383 (visité le 30/11/2020) (cf. p. 131).

BORUAH, Supranta S. et al. (nov. 2021). « Reconstructing dark matter distribution with peculiar velocities : Bayesian forward modelling with corrections for inhomogeneous Malmquist bias ». en. In : *arXiv :2111.15535 [astro-ph]*. arXiv : 2111.15535. URL : http://arxiv.org/abs/2111.15535 (visité le 13/12/2021) (cf. p. 131).

BRIDAY, M. et al. (jan. 2022). « Accuracy of environmental tracers and consequence for determining the Type Ia Supernovae magnitude step ». In : *Astronomy & Astrophysics* 657. arXiv :2109.02456 [astro-ph], A22. ISSN : 0004-6361, 1432-0746. DOI : 10.1051/0004-6361/202141160. URL : http://arxiv.org/abs/2109.02456 (visité le 09/06/2023) (cf. p. 72).

BROUT, D. et al. (mars 2019). « First Cosmology Results Using Type Ia Supernovae from the Dark Energy Survey : Photometric Pipeline and Light-curve Data Release ». en. In : *The Astrophysical Journal* 874.1. Publisher : The American Astronomical Society, p. 106. ISSN : 0004-637X. DOI : 10.3847/1538-4357/ab06c1. URL : https://dx.doi.org/10.3847/1538-4357/ab06c1 (visité le 19/11/2023) (cf. p. 98).

BROUT, Dillon et Daniel SCOLNIC (mars 2021). « It's Dust : Solving the Mysteries of the Intrinsic Scatter and Host-Galaxy Dependence of Standardized Type Ia Supernova Brightnesses ». en. In : *The Astrophysical Journal* 909.1. arXiv :2004.10206 [astro-ph], p. 26. ISSN : 0004-637X, 1538-4357. DOI : 10.3847/1538-4357/abd69b. URL : http://arxiv.org/abs/2004.10206 (visité le 14/12/2023) (cf. p. 101, 163).

CALDWELL, R. R. et al. (fév. 1998). « Cosmological Imprint of an Energy Component with General Equation of State ». en. In : *Physical Review Letters* 80.8. arXiv :astro-ph/9708069, p. 1582-1585. ISSN : 0031-9007, 1079-7114. DOI : 10.1103/PhysRevLett.80.1582. URL : http://arxiv.org/abs/astro-ph/9708069 (visité le 17/05/2023) (cf. p. 37).

CAMPBELL, Lachlan A. et al. (sept. 2014). « The 6dF Galaxy Survey : Fundamental Plane Data ». en. In : *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 443.2. arXiv :1406.4867 [astro-ph], p. 1231-1251. ISSN : 1365-2966, 0035-8711. DOI : 10.1093/mnras/stu1198. URL : http://arxiv.org/abs/1406.4867 (visité le 19/06/2023) (cf. p. 130).

CARDELLI, Jason A. et al. (oct. 1989). « The Relationship between Infrared, Optical, and Ultraviolet Extinction ». In : *The Astrophysical Journal* 345. ADS Bibcode : 1989ApJ...345..245C, p. 245. ISSN : 0004-637X. DOI : 10.1086/167900. URL : https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1989ApJ...345..245C (visité le 07/07/2023) (cf. p. 100).

CARRERES, Bastien et al. (mars 2023). *Growth-rate measurement with type-Ia supernovae using ZTF survey simulations*. arXiv :2303.01198 [astro-ph]. DOI : 10.48550/arXiv.2303.01198. URL : http://arxiv.org/abs/2303.01198 (visité le 17/03/2023) (cf. p. 107, 113, 114, 144, 161).

CARRICK, Jonathan et al. (juin 2015). « Cosmological parameters from the comparison of peculiar velocities with predictions from the 2M++ density field ». en. In : *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 450.1. arXiv :1504.04627 [astro-ph], p. 317-332. ISSN : 0035-8711, 1365-2966. DOI : 10.1093/mnras/stv547. URL : http://arxiv.org/abs/1504.04627 (visité le 19/06/2023) (cf. p. 131).

CARROLL, Sean M. (déc. 2001). « The Cosmological Constant ». In : *Living Reviews in Relativity* 4.1. arXiv :astro-ph/0004075, p. 1. ISSN : 2367-3613, 1433-8351. DOI : 10.12942/lrr-2001-1. URL : http://arxiv.org/abs/astro-ph/0004075 (visité le 01/07/2023) (cf. p. 32).

CHEVALLIER, M. et D. POLARSKI (sept. 2000). *Accelerating Universes with Scaling Dark Matter*. en. DOI : 10.1142/S0218271801000822. URL : https://arxiv.org/abs/gr-qc/0009008v2 (visité le 28/04/2023) (cf. p. 33).

CHOTARD, N. et al. (mai 2011). « The reddening law of type Ia supernovae : separating intrinsic variability from dust using equivalent widths ». en. In : *Astronomy & Astrophysics* 529, p. L4. ISSN : 0004-6361, 1432-0746. DOI : 10.1051/0004-6361/201116723. URL : http://www.aanda.org/10.1051/0004-6361/201116723 (visité le 17/03/2023) (cf. p. 75, 101).

CLIFTON, Timothy et al. (mars 2012). « Modified Gravity and Cosmology ». In : *Physics Reports* 513.1-3. arXiv :1106.2476 [astro-ph, physics :gr-qc, physics :hep-th], p. 1-189. ISSN : 03701573. DOI : 10.1016/j.physrep.2012.01.001. URL : http://arxiv.org/abs/1106.2476 (visité le 17/05/2023) (cf. p. 38).

DAM, Lawrence et al. (sept. 2021). « Exploring the Redshift-Space Peculiar Velocity Field and its Power Spectrum ». en. In : *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 2021.09. arXiv :2105.12933 [astro-ph, physics :gr-qc], p. 018. ISSN : 1475-7516. DOI : 10.1088/1475-7516/2021/09/018. URL : http://arxiv.org/abs/2105.12933 (visité le 04/09/2022) (cf. p. 135).

DEKANY, Richard et al. (mars 2020). « The Zwicky Transient Facility : Observing System ». en. In : *Publications of the Astronomical Society of the Pacific* 132.1009, p. 038001. ISSN : 0004-6280, 1538-3873. DOI : 10.1088/1538-3873/ab4ca2. URL : https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1538-3873/ab4ca2 (visité le 14/10/2022) (cf. p. 90, 91, 101).

DES COLLABORATION et al. (jan. 2022). « Dark Energy Survey Year 3 Results : Cosmological Constraints from Galaxy Clustering and Weak Lensing ». In : *Physical Review D* 105.2. arXiv :2105.13549 [astro-ph], p. 023520. ISSN : 2470-0010, 2470-0029. DOI : 10.1103/PhysRevD.105.023520. URL : http://arxiv.org/abs/2105.13549 (visité le 01/07/2023) (cf. p. 36).

DESI COLLABORATION et al. (déc. 2016). *The DESI Experiment Part I : Science,Targeting, and Survey Design*. arXiv :1611.00036 [astro-ph]. DOI : 10.48550/arXiv.1611.00036. URL : http://arxiv.org/abs/1611.00036 (visité le 13/06/2023) (cf. p. 61).

DESJACQUES, Vincent et al. (fév. 2018). « Large-Scale Galaxy Bias ». In : *Physics Reports* 733. arXiv :1611.09787 [astro-ph, physics :gr-qc, physics :hep-ph], p. 1-193. ISSN : 03701573. DOI : 10.1016/j.physrep.2017.12.002. URL : http://arxiv.org/abs/1611.09787 (visité le 06/06/2023) (cf. p. 59).

DE JAEGER, T et al. (juill. 2020). « Studying Type II supernovae as cosmological standard candles using the Dark Energy Survey ». In : *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 495.4, p. 4860-4892. ISSN : 0035-8711. DOI : 10.1093/mnras/staa1402. URL : https://doi.org/10.1093/mnras/staa1402 (visité le 28/02/2023) (cf. p. 64).

DHAWAN, S. et al. (oct. 2021). « The Zwicky Transient Facility Type Ia supernova survey : first data release and results ». en. In : *arXiv :2110.07256 [astro-ph]*. arXiv : 2110.07256. URL : http://arxiv.org/abs/2110.07256 (visité le 15/10/2021) (cf. p. 95, 124).

DHAWAN, Suhail et al. (août 2022). « A Uniform Type Ia Supernova Distance Ladder with the Zwicky Transient Facility : Absolute Calibration Based on the Tip of the Red Giant Branch (TRGB) Method ». en. In : *The Astrophysical Journal* 934.2. arXiv :2203.04241 [astro-ph], p. 185. ISSN : 0004-637X, 1538-4357. DOI : 10.3847/1538-4357/ac7ceb. URL : http://arxiv.org/abs/2203.04241 (visité le 10/05/2023) (cf. p. 34, 97).

DODELSON, Scott et Fabian SCHMIDT (jan. 2020). *Modern Cosmology*. Publication Title : Modern Cosmology ADS Bibcode : 2020moco.book.....D. DOI : 10.1016/C2017-0-01943-2. URL : https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2020moco.book.....D (visité le 03/05/2023) (cf. p. 13, 39).

DUPUY, Alexandra et al. (juin 2019). « An estimation of the local growth rate from Cosmicflows peculiar velocities ». en. In : *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 486.1, p. 440-448. ISSN : 0035-8711, 1365-2966. DOI : 10.1093/mnras/stz901. URL : https://academic.oup.com/mnras/article/486/1/440/5420848 (visité le 19/06/2023) (cf. p. 131).

EFSTATHIOU, G. (juill. 2020). *A Lockdown Perspective on the Hubble Tension (with comments from the SH0ES team)*. en. arXiv :2007.10716 [astro-ph]. URL : http://arxiv.org/abs/2007.10716 (visité le 10/05/2023) (cf. p. 35).

EINSTEIN, A. (1905). « Zur Elektrodynamik bewegter Körper ». en. In : *Annalen der Physik* 322.10. _eprint : https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/andp.19053221004, p. 891-921. ISSN : 1521-3889. DOI : 10.1002/andp.19053221004. URL : https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/andp.19053221004 (visité le 15/05/2023) (cf. p. 13).

– (1916). « Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie ». en. In : *Annalen der Physik* 354.7. _eprint : https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/andp.19163540702, p. 769-822. ISSN : 1521-3889. DOI : 10.1002/andp.19163540702. URL : https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/andp.19163540702 (visité le 22/04/2023) (cf. p. 14).

ELLIS, George F. R. (juill. 2007). « On the definition of distance in general relativity : I. M. H. Etherington (Philosophical Magazine ser. 7, vol. 15, 761 (1933)) ». en. In : *General Relativity and Gravitation* 39.7, p. 1047-1052. ISSN : 1572-9532. DOI : 10.1007/s10714-006-0355-5. URL : https://doi.org/10.1007/s10714-006-0355-5 (visité le 28/08/2023) (cf. p. 26).

FIXSEN, D. J. (nov. 2009). « The Temperature of the Cosmic Microwave Background ». en. In : Publisher : The American Astronomical Society, p. 916. URL : https://dx.doi.org/10.1088/0004-637X/707/2/916 (visité le 30/04/2023) (cf. p. 29).

FOSALBA, P. et al. (fév. 2015). « The MICE Grand Challenge light-cone simulation – III. Galaxy lensing mocks from all-sky lensing maps ». In : *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 447.2, p. 1319-1332. ISSN : 0035-8711. DOI : 10.1093/mnras/stu2464. URL : https://doi.org/10.1093/mnras/stu2464 (visité le 04/07/2023) (cf. p. 103).

FREEDMAN, Wendy L. et al. (mars 2020). « Calibration of the Tip of the Red Giant Branch ». en. In : *The Astrophysical Journal* 891.1. Publisher : The American Astronomical Society, p. 57. ISSN : 0004-637X. DOI : 10.3847/1538-4357/ab7339. URL : https://dx.doi.org/10.3847/1538-4357/ab7339 (visité le 19/11/2023) (cf. p. 34).

FREESE, Katherine (mai 2017). « Status of Dark Matter in the Universe ». In : *International Journal of Modern Physics D* 26.06. arXiv :1701.01840 [astro-ph, physics :hep-ph], p. 1730012. ISSN : 0218-2718, 1793-6594. DOI : 10.1142/S0218271817300129. URL : http://arxiv.org/abs/1701.01840 (visité le 30/06/2023) (cf. p. 31).

FREMLING, C. et al. (mai 2020). « The Zwicky Transient Facility Bright Transient Survey. I. Spectroscopic Classification and the Redshift Completeness of Local Galaxy Catalogs ». In : *The Astrophysical Journal* 895. ADS Bibcode : 2020ApJ...895...32F, p. 32. ISSN : 0004-637X. DOI : 10.3847/1538-4357/ab8943. URL : https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2020ApJ...895...32F (visité le 27/06/2023) (cf. p. 94).

GAMOW, G. (oct. 1946). « Expanding Universe and the Origin of Elements ». In : *Physical Review* 70.7-8. Publisher : American Physical Society, p. 572-573. DOI : 10.1103/PhysRev.70.572.2. URL : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.70.572.2 (visité le 29/04/2023) (cf. p. 27).

GARRISON, Lehman H. et al. (juin 2018). « The Abacus Cosmos : A Suite of Cosmological N-body Simulations ». en. In : *The Astrophysical Journal Supplement Series* 236.2. arXiv :1712.05768 [astro-ph], p. 43. ISSN : 1538-4365. DOI : 10.3847/1538-4365/aabfd3. URL : http://arxiv.org/abs/1712.05768 (visité le 06/09/2022) (cf. p. 103).

GIL-MARÍN, Héctor et al. (juin 2018). « The clustering of the SDSS-IV extended Baryon Oscillation Spectroscopic Survey DR14 quasar sample : structure growth rate measurement from the anisotropic quasar power spectrum in the redshift range 0.8 < z < 2.2 ». In : *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 477.2, p. 1604-1638. ISSN : 0035-8711. DOI : 10.1093/mnras/sty453. URL : https://doi.org/10.1093/mnras/sty453 (visité le 10/07/2023) (cf. p. 104).

GIL-MARÍN, Héctor et al. (sept. 2020). « The Completed SDSS-IV extended Baryon Oscillation Spectroscopic Survey : measurement of the BAO and growth rate of structure of the luminous red galaxy sample from the anisotropic power spectrum between redshifts 0.6 and 1.0 ». In : *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 498.2, p. 2492-2531. ISSN : 0035-8711. DOI : 10.1093/mnras/staa2455. URL : https://doi.org/10.1093/mnras/staa2455 (visité le 12/06/2023) (cf. p. 60).

GRAZIANI, R et al. (oct. 2019). « The peculiar velocity field up to z 0.05 by forward-modelling Cosmicflows-3 data ». en. In : *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 488.4, p. 5438-5451. ISSN : 0035-8711, 1365-2966. DOI : 10.1093/mnras/stz078. URL : https://academic.oup.com/mnras/article/488/4/5438/5289908 (visité le 16/03/2022) (cf. p. 131).

GRIEB, Jan Niklas et al. (mai 2017). « The clustering of galaxies in the completed SDSS-III Baryon Oscillation Spectroscopic Survey : Cosmological implications of the Fourier space wedges of the final sample ». In : *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 467. ADS Bibcode : 2017MNRAS.467.2085G, p. 2085-2112. ISSN :

0035-8711. DOI : 10.1093/mnras/stw3384. URL : https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2017MNRAS.467.2085G (visité le 12/06/2023) (cf. p. 60).

GRIS, Philippe et al. (jan. 2023). « Designing an Optimal LSST Deep Drilling Program for Cosmology with Type Ia Supernovae ». en. In : *The Astrophysical Journal Supplement Series* 264.1. arXiv :2205.07651 [astro-ph], p. 22. ISSN : 0067-0049, 1538-4365. DOI : 10.3847/1538-4365/ac9e58. URL : http://arxiv.org/abs/2205.07651 (visité le 10/07/2023) (cf. p. 98).

GUBITOSI, Giulia et al. (fév. 2013). « The Effective Field Theory of Dark Energy ». In : *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 2013.02. arXiv :1210.0201 [astro-ph, physics :gr-qc, physics :hep-th], p. 032-032. ISSN : 1475-7516. DOI : 10.1088/1475-7516/2013/02/032. URL : http://arxiv.org/abs/1210.0201 (visité le 17/05/2023) (cf. p. 38).

GUY, J. et al. (déc. 2005). « SALT : a spectral adaptive light curve template for type Ia supernovae ». en. In : *Astronomy & Astrophysics* 443.3, p. 781-791. ISSN : 0004-6361, 1432-0746. DOI : 10.1051/0004-6361:20053025. URL : http://www.aanda.org/10.1051/0004-6361:20053025 (visité le 03/07/2023) (cf. p. 71).

GUY, J. et al. (avr. 2007). « SALT2 : using distant supernovae to improve the use of Type Ia supernovae as distance indicators ». In : *Astronomy & Astrophysics* 466.1. arXiv : astro-ph/0701828, p. 11-21. ISSN : 0004-6361, 1432-0746. DOI : 10.1051/0004-6361:20066930. URL : http://arxiv.org/abs/astro-ph/0701828 (visité le 24/03/2021) (cf. p. 71).

GUY, J. et al. (nov. 2010). « The Supernova Legacy Survey 3-year sample : Type Ia Supernovae photometric distances and cosmological constraints ». en. In : *Astronomy & Astrophysics* 523. arXiv : 1010.4743, A7. ISSN : 0004-6361, 1432-0746. DOI : 10.1051/0004-6361/201014468. URL : http://arxiv.org/abs/1010.4743 (visité le 21/04/2021) (cf. p. 71, 75, 101).

HEITMANN, Katrin et al. (nov. 2019). « The Outer Rim Simulation : A Path to Many-Core Supercomputers ». In : *The Astrophysical Journal Supplement Series* 245.1. arXiv :1904.11970 [astro-ph], p. 16. ISSN : 1538-4365. DOI : 10.3847/1538-4365/ab4da1. URL : http://arxiv.org/abs/1904.11970 (visité le 29/09/2022) (cf. p. 103, 104).

HEYMANS, Catherine et al. (fév. 2021). « KiDS-1000 Cosmology : Multi-probe weak gravitational lensing and spectroscopic galaxy clustering constraints ». In : *Astronomy & Astrophysics* 646. arXiv :2007.15632 [astro-ph], A140. ISSN : 0004-6361, 1432-0746. DOI : 10.1051/0004-6361/202039063. URL : http://arxiv.org/abs/2007.15632 (visité le 16/05/2023) (cf. p. 36).

HILBERT, D. (1915). « Die Grundlagen der Physik . (Erste Mitteilung.) » und. In : *Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse* 1915, p. 395-408. URL : https://eudml.org/doc/58946 (visité le 08/05/2023) (cf. p. 15).

HILL, J. Colin et al. (juin 2022). « The Atacama Cosmology Telescope : Constraints on Pre-Recombination Early Dark Energy ». In : *Physical Review D* 105.12. arXiv :2109.04451 [astro-ph, physics :gr-qc, physics :hep-ph], p. 123536. ISSN : 2470-0010, 2470-0029.

DOI : 10.1103/PhysRevD.105.123536. URL : http://arxiv.org/abs/2109.04451 (visité le 17/05/2023) (cf. p. 37).

HONG, Tao et al. (août 2019). « 2MTF - VII. 2MASS Tully-Fisher survey final data release : distances for 2,062 nearby spiral galaxies ». In : *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 487.2. arXiv :1905.08530 [astro-ph], p. 2061-2069. ISSN : 0035-8711, 1365-2966. DOI : 10.1093/mnras/stz1413. URL : http://arxiv.org/abs/1905.08530 (visité le 19/06/2023) (cf. p. 129).

HORNDESKI, Gregory Walter (sept. 1974). « Second-Order Scalar-Tensor Field Equations in a Four-Dimensional Space ». In : *International Journal of Theoretical Physics* 10. ADS Bibcode : 1974IJTP...10..363H, p. 363-384. ISSN : 0020-7748. DOI : 10.1007/BF01807638. URL : https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1974IJTP...10..363H (visité le 17/05/2023) (cf. p. 38).

HOU, Jiamin et al. (oct. 2018). « The clustering of the SDSS-IV extended Baryon Oscillation Spectroscopic Survey DR14 quasar sample : anisotropic clustering analysis in configuration space ». In : *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 480.2, p. 2521-2534. ISSN : 0035-8711. DOI : 10.1093/mnras/sty1984. URL : https://doi.org/10.1093/mnras/sty1984 (visité le 10/07/2023) (cf. p. 104).

HOU, Jiamin et al. (nov. 2020). « The Completed SDSS-IV extended Baryon Oscillation Spectroscopic Survey : BAO and RSD measurements from anisotropic clustering analysis of the Quasar Sample in configuration space between redshift 0.8 and 2.2 ». en. In : *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 500.1. arXiv :2007.08998 [astro-ph], p. 1201-1221. ISSN : 0035-8711, 1365-2966. DOI : 10.1093/mnras/staa3234. URL : http://arxiv.org/abs/2007.08998 (visité le 11/08/2022) (cf. p. 60).

HOWLETT, Cullan et al. (mai 2015). « The clustering of the SDSS main galaxy sample - II. Mock galaxy catalogues and a measurement of the growth of structure from redshift space distortions at z = 0.15 ». In : *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 449. ADS Bibcode : 2015MNRAS.449..848H, p. 848-866. ISSN : 0035-8711. DOI : 10.1093/mnras/stu2693. URL : https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2015MNRAS.449..848H (visité le 12/06/2023) (cf. p. 60).

HOWLETT, Cullan et al. (nov. 2017a). « 2MTF VI. Measuring the velocity power spectrum ». en. In : *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 471.3. arXiv : 1706.05130, p. 3135-3151. ISSN : 0035-8711, 1365-2966. DOI : 10.1093/mnras/stx1521. URL : http://arxiv.org/abs/1706.05130 (visité le 24/09/2021) (cf. p. 10, 84, 131, 136, 138, 143, 160).

HOWLETT, Cullan et al. (oct. 2017b). « Measuring the Growth Rate of Structure with Type IA Supernovae from LSST ». In : *The Astrophysical Journal* 847, p. 128. ISSN : 0004-637X. DOI : 10.3847/1538-4357/aa88c8. URL : http://adsabs.harvard.edu/abs/2017ApJ...847..128H (visité le 02/12/2020) (cf. p. 163).

HOWLETT, Cullan et al. (juill. 2022). « The Sloan Digital Sky Survey Peculiar Velocity Catalogue ». In : *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 515.1. arXiv :2201.03112 [astro-ph], p. 953-976. ISSN : 0035-8711, 1365-2966. DOI : 10.1093/mnras/stac1681. URL : http://arxiv.org/abs/2201.03112 (visité le 03/01/2023) (cf. p. 130).

HU, Bin et al. (mai 2014). « Effective Field Theory of Cosmic Acceleration : an implementation in CAMB ». In : *Physical Review D* 89.10. arXiv :1312.5742 [astro-

ph, physics :gr-qc, physics :hep-th], p. 103530. ISSN : 1550-7998, 1550-2368. DOI : 10.1103/PhysRevD.89.103530. URL : http://arxiv.org/abs/1312.5742 (visité le 17/05/2023) (cf. p. 38).

HU, Wayne et Daniel J. EISENSTEIN (mars 1999). « The Structure of Structure Formation Theories ». en. In : *Physical Review D* 59.8. arXiv :astro-ph/9809368, p. 083509. ISSN : 0556-2821, 1089-4918. DOI : 10.1103/PhysRevD.59.083509. URL : http://arxiv.org/abs/astro-ph/9809368 (visité le 20/05/2023) (cf. p. 43).

HUBBLE, Edwin (mars 1929). « A Relation between Distance and Radial Velocity among Extra-Galactic Nebulae ». In : *Proceedings of the National Academy of Science* 15. ADS Bibcode : 1929PNAS...15..168H, p. 168-173. ISSN : 0027-8424. DOI : 10.1073/pnas.15.3.168. URL : https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1929PNAS...15..168H (visité le 28/04/2023) (cf. p. 23).

HUI, Lam et Patrick B. GREENE (juin 2006). « Correlated Fluctuations in Luminosity Distance and the (Surprising) Importance of Peculiar Motion in Supernova Surveys ». en. In : *Physical Review D* 73.12. arXiv : astro-ph/0512159, p. 123526. ISSN : 1550-7998, 1550-2368. DOI : 10.1103/PhysRevD.73.123526. URL : http://arxiv.org/abs/astro-ph/0512159 (visité le 25/11/2020) (cf. p. 55, 83).

JAMES, F. et M. ROOS (déc. 1975). « Minuit - a system for function minimization and analysis of the parameter errors and correlations ». en. In : *Computer Physics Communications* 10.6, p. 343-367. ISSN : 00104655. DOI : 10.1016/0010-4655(75)90039-9. URL : https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0010465575900399 (visité le 10/07/2023) (cf. p. 123).

JOHNSON, Andrew et al. (nov. 2014). « The 6dF Galaxy Velocity Survey : Cosmological constraints from the velocity power spectrum ». en. In : *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 444.4. arXiv : 1404.3799, p. 3926-3947. ISSN : 1365-2966, 0035-8711. DOI : 10.1093/mnras/stu1615. URL : http://arxiv.org/abs/1404.3799 (visité le 26/11/2020) (cf. p. 10, 83, 131, 136, 138, 160).

JONES, Bernard J. T. (2017). *Precision Cosmology : The First Half Million Years*. Cambridge : Cambridge University Press. ISBN : 978-0-521-55433-6. DOI : 10.1017/CBO9781139027809. URL : https://www.cambridge.org/core/books/precision-cosmology/56FB01F3809BA9312F65CBD6ACBC0864 (visité le 13/06/2023) (cf. p. 39).

KAISER, Nick (juill. 1987). « Clustering in real space and in redshift space ». In : *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 227. ADS Bibcode : 1987MNRAS.227....1K, p. 1-21. ISSN : 0035-8711. DOI : 10.1093/mnras/227.1.1. URL : https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1987MNRAS.227....1K (visité le 11/06/2023) (cf. p. 56).

KESSLER, Richard et Dan SCOLNIC (fév. 2017). « Correcting Type Ia Supernova Distances for Selection Biases and Contamination in Photometrically Identified Samples ». In : *The Astrophysical Journal* 836.1. arXiv : 1610.04677, p. 56. ISSN : 1538-4357. DOI : 10.3847/1538-4357/836/1/56. URL : http://arxiv.org/abs/1610.04677 (visité le 28/10/2020) (cf. p. 154).

KESSLER, Richard et al. (sept. 2009). « SNANA : A Public Software Package for Supernova Analysis ». In : *Publications of the Astronomical Society of the Pacific* 121.883. arXiv :0908.4280 [astro-ph], p. 1028-1035. ISSN : 0004-6280, 1538-3873. DOI : 10.

1086/605984. URL : http://arxiv.org/abs/0908.4280 (visité le 16/05/2023) (cf. p. 99).

KIM, Alex G. (fév. 2021). « Characterizing the Sample Selection for Supernova Cosmology ». en. In : *The Open Journal of Astrophysics* 4.1. arXiv :2007.11100 [astro-ph], 10.21105/astro.2007.11100. ISSN : 2565-6120. DOI : 10.21105/astro.2007.11100. URL : http://arxiv.org/abs/2007.11100 (visité le 13/11/2023) (cf. p. 154).

KODA, Jun et al. (déc. 2014). « Are peculiar velocity surveys competitive as a cosmological probe? » en. In : *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 445.4, p. 4267-4286. ISSN : 1365-2966, 0035-8711. DOI : 10.1093/mnras/stu1610. URL : http://academic.oup.com/mnras/article/445/4/4267/1069770/Are-peculiar-velocity-surveys-competitive-as-a (visité le 21/07/2022) (cf. p. 135, 146).

KODAMA, Hideo et Misao SASAKI (jan. 1984). « Cosmological Perturbation Theory ». In : *Progress of Theoretical Physics Supplement* 78, p. 1-166. ISSN : 0375-9687. DOI : 10.1143/PTPS.78.1. URL : https://doi.org/10.1143/PTPS.78.1 (visité le 20/05/2023) (cf. p. 43, 44).

KOURKCHI, Ehsan et al. (oct. 2020). « Cosmicflows-4 : The Catalog of ~10000 Tully-Fisher Distances ». In : *The Astrophysical Journal* 902.2. arXiv :2009.00733 [astro-ph], p. 145. ISSN : 1538-4357. DOI : 10.3847/1538-4357/abb66b. URL : http://arxiv.org/abs/2009.00733 (visité le 19/06/2023) (cf. p. 129).

LA POSTA, Adrien et al. (avr. 2022). « Constraints on Pre-Recombination Early Dark Energy from SPT-3G Public Data ». In : *Physical Review D* 105.8. arXiv :2112.10754 [astro-ph], p. 083519. ISSN : 2470-0010, 2470-0029. DOI : 10.1103/PhysRevD.105.083519. URL : http://arxiv.org/abs/2112.10754 (visité le 17/05/2023) (cf. p. 37).

LAI, Yan et al. (jan. 2023). « Using peculiar velocity surveys to constrain the growth rate of structure with the wide-angle effect ». In : *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 518. ADS Bibcode : 2023MNRAS.518.1840L, p. 1840-1858. ISSN : 0035-8711. DOI : 10.1093/mnras/stac3252. URL : https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2023MNRAS.518.1840L (visité le 10/12/2022) (cf. p. 60, 131, 138, 146).

LAVAUX, Guilhem (mars 2016). « Bayesian 3D velocity field reconstruction with virbius ». en. In : *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 457.1, p. 172-197. ISSN : 0035-8711, 1365-2966. DOI : 10.1093/mnras/stv2915. URL : https://academic.oup.com/mnras/article-lookup/doi/10.1093/mnras/stv2915 (visité le 03/04/2022) (cf. p. 131).

LAVAUX, Guilhem et Michael J. HUDSON (oct. 2011). « The 2M++ galaxy redshift catalogue ». en. In : *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 416.4. arXiv :1105.6107 [astro-ph], p. 2840-2856. ISSN : 00358711. DOI : 10.1111/j.1365-2966.2011.19233.x. URL : http://arxiv.org/abs/1105.6107 (visité le 19/06/2023) (cf. p. 131).

LEMAÎTRE, G. (jan. 1927). « Un Univers homogène de masse constante et de rayon croissant rendant compte de la vitesse radiale des nébuleuses extra-galactiques ». In : *Annales de la Société Scientifique de Bruxelles* 47. ADS Bibcode : 1927ASSB...47...49L,

p. 49-59. URL : https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1927ASSB...47...49L (visité le 13/05/2023) (cf. p. 23).

LINDER, Eric V. (mars 2003). « Exploring the Expansion History of the Universe ». In : *Physical Review Letters* 90.9. Publisher : American Physical Society, p. 091301. DOI : 10.1103/PhysRevLett.90.091301. URL : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.90.091301 (visité le 28/04/2023) (cf. p. 33).

LINDER, Eric V. et Robert N. CAHN (déc. 2007). « Parameterized Beyond-Einstein Growth ». en. In : *Astroparticle Physics* 28.4-5. arXiv :astro-ph/0701317, p. 481-488. ISSN : 09276505. DOI : 10.1016/j.astropartphys.2007.09.003. URL : http://arxiv.org/abs/astro-ph/0701317 (visité le 15/11/2022) (cf. p. 61).

LOCHNER, Michelle et al. (avr. 2022). « The Impact of Observing Strategy on Cosmological Constraints with LSST ». en. In : *The Astrophysical Journal Supplement Series* 259.2. arXiv :2104.05676 [astro-ph], p. 58. ISSN : 0067-0049, 1538-4365. DOI : 10.3847/1538-4365/ac5033. URL : http://arxiv.org/abs/2104.05676 (visité le 10/07/2023) (cf. p. 98).

LSST DARK ENERGY SCIENCE COLLABORATION et al. (mars 2021). « The LSST DESC DC2 Simulated Sky Survey ». In : *The Astrophysical Journal Supplement Series* 253.1. arXiv :2010.05926 [astro-ph], p. 31. ISSN : 0067-0049, 1538-4365. DOI : 10.3847/1538-4365/abd62c. URL : http://arxiv.org/abs/2010.05926 (visité le 09/08/2023) (cf. p. 104).

MA, Yin-Zhe et al. (mai 2011). « The peculiar velocity field : constraining the tilt of the Universe ». en. In : *Physical Review D* 83.10. arXiv :1010.4276 [astro-ph, physics :gr-qc, physics :hep-ph, physics :hep-th], p. 103002. ISSN : 1550-7998, 1550-2368. DOI : 10.1103/PhysRevD.83.103002. URL : http://arxiv.org/abs/1010.4276 (visité le 04/09/2022) (cf. p. 133).

MAGOULAS, Christina et al. (nov. 2012). « The 6dF Galaxy Survey : the near-infrared Fundamental Plane of early-type galaxies ». In : *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 427.1, p. 245-273. ISSN : 0035-8711. DOI : 10.1111/j.1365-2966.2012.21421.x. URL : https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2012.21421.x (visité le 19/06/2023) (cf. p. 130).

MALMQUIST, K. G. (mars 1922). « On some relations in stellar statistics ». In : *Meddelanden fran Lunds Astronomiska Observatorium Serie I* 100. ADS Bibcode : 1922MeLuF.100....1M, p. 1-52. URL : https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1922MeLuF.100....1M (visité le 06/07/2023) (cf. p. 112).

– (fév. 1925). « A contribution to the problem of determining the distribution in space of the stars ». In : *Meddelanden fran Lunds Astronomiska Observatorium Serie I* 106. ADS Bibcode : 1925MeLuF.106....1M, p. 1-12. URL : https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1925MeLuF.106....1M (visité le 06/07/2023) (cf. p. 112).

MASCI, Frank J. et al. (déc. 2018). « The Zwicky Transient Facility : Data Processing, Products, and Archive ». en. In : *Publications of the Astronomical Society of the Pacific* 131.995. Publisher : The Astronomical Society of the Pacific, p. 018003. ISSN : 1538-3873. DOI : 10.1088/1538-3873/aae8ac. URL : https://dx.doi.org/10.1088/1538-3873/aae8ac (visité le 26/06/2023) (cf. p. 93).

MATHER, J. C. et al. (jan. 1994). « Measurement of the Cosmic Microwave Background Spectrum by the COBE FIRAS Instrument ». In : *The Astrophysical Journal* 420. ADS Bibcode : 1994ApJ...420..439M, p. 439. ISSN : 0004-637X. DOI : 10.1086/173574. URL : https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1994ApJ...420..439M (visité le 30/06/2023) (cf. p. 29).

MATTIA, Arnaud de et al. (mars 2021). « The completed SDSS-IV extended Baryon Oscillation Spectroscopic Survey : measurement of the BAO and growth rate of structure of the emission line galaxy sample from the anisotropic power spectrum between redshift 0.6 and 1.1 ». In : *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 501. ADS Bibcode : 2021MNRAS.501.5616D, p. 5616-5645. ISSN : 0035-8711. DOI : 10.1093/mnras/staa3891. URL : https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2021MNRAS.501.5616D (visité le 12/06/2023) (cf. p. 60).

NARIKAWA, Tatsuya et Kazuhiro YAMAMOTO (juin 2010). « Characterizing the linear growth rate of cosmological density perturbations in an f(R) model ». In : *Physical Review D* 81.12. arXiv :0912.1445 [astro-ph], p. 129903. ISSN : 1550-7998, 1550-2368. DOI : 10.1103/PhysRevD.81.129903. URL : http://arxiv.org/abs/0912.1445 (visité le 07/06/2023) (cf. p. 51).

NEVEUX, Richard et al. (oct. 2020). « The completed SDSS-IV extended Baryon Oscillation Spectroscopic Survey : BAO and RSD measurements from the anisotropic power spectrum of the quasar sample between redshift 0.8 and 2.2 ». In : *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 499.1, p. 210-229. ISSN : 0035-8711. DOI : 10.1093/mnras/staa2780. URL : https://doi.org/10.1093/mnras/staa2780 (visité le 12/06/2023) (cf. p. 60).

NICOLAS, N. et al. (mai 2021). « Redshift evolution of the underlying type Ia supernova stretch distribution ». In : *Astronomy & Astrophysics* 649. arXiv :2005.09441 [astro-ph], A74. ISSN : 0004-6361, 1432-0746. DOI : 10.1051/0004-6361/202038447. URL : http://arxiv.org/abs/2005.09441 (visité le 05/07/2022) (cf. p. 107, 108, 116).

NUSSER, Adi (sept. 2017). « Velocity–density correlations from the cosmicflows-3 distance catalogue and the 2MASS Redshift Survey ». In : *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 470.1, p. 445-454. ISSN : 0035-8711. DOI : 10.1093/mnras/stx1225. URL : https://doi.org/10.1093/mnras/stx1225 (visité le 19/06/2023) (cf. p. 131).

OKUMURA, Teppei et al. (juin 2016). « The Subaru FMOS galaxy redshift survey (FastSound). IV. New constraint on gravity theory from redshift space distortions at z 1.4 ». In : *Publications of the Astronomical Society of Japan* 68.3, p. 38. ISSN : 0004-6264. DOI : 10.1093/pasj/psw029. URL : https://doi.org/10.1093/pasj/psw029 (visité le 12/06/2023) (cf. p. 60).

PALANQUE-DELABROUILLE, Nathalie et al. (avr. 2020). « Hints, neutrino bounds and WDM constraints from SDSS DR14 Lyman-α and Planck full-survey data ». en. In : *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 2020.04. arXiv :1911.09073 [astro-ph], p. 038-038. ISSN : 1475-7516. DOI : 10.1088/1475-7516/2020/04/038. URL : http://arxiv.org/abs/1911.09073 (visité le 16/05/2023) (cf. p. 36).

PEACOCK, J. A. et S. J. DODDS (avr. 1994). « Reconstructing the linear power spectrum of cosmological mass fluctuations ». en. In : *Monthly Notices of the Royal Astronomical*

Society 267.4. arXiv :astro-ph/9311057, p. 1020-1034. ISSN : 0035-8711, 1365-2966. DOI : 10.1093/mnras/267.4.1020. URL : http://arxiv.org/abs/astro-ph/9311057 (visité le 11/06/2023) (cf. p. 60).

PEACOCK, John A. et al. (mars 2001). « A measurement of the cosmological mass density from clustering in the 2dF Galaxy Redshift Survey ». In : *Nature* 410. ADS Bibcode : 2001Natur.410..169P, p. 169-173. ISSN : 0028-0836. DOI : 10.1038/35065528. URL : https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2001Natur.410..169P (visité le 12/06/2023) (cf. p. 57, 58).

PEEBLES, P. J. E. (jan. 1993). *Principles of Physical Cosmology*. Publication Title : Principles of physical cosmology ADS Bibcode : 1993ppc..book.....P. DOI : 10.1515/9780691206721. URL : https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1993ppc..book.....P (visité le 03/05/2023) (cf. p. 13, 39, 51).

PENZIAS, A. A. et R. W. WILSON (juill. 1965). « A Measurement of Excess Antenna Temperature at 4080 Mc/s. » In : *The Astrophysical Journal* 142. ADS Bibcode : 1965ApJ...142..419P, p. 419-421. ISSN : 0004-637X. DOI : 10.1086/148307. URL : https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1965ApJ...142..419P (visité le 29/04/2023) (cf. p. 29).

PERLEY, Daniel A. et al. (nov. 2020). « The Zwicky Transient Facility Bright Transient Survey. II. A Public Statistical Sample for Exploring Supernova Demographics ». en. In : *The Astrophysical Journal* 904.1. arXiv : 2009.01242, p. 35. ISSN : 1538-4357. DOI : 10.3847/1538-4357/abbd98. URL : http://arxiv.org/abs/2009.01242 (visité le 15/10/2021) (cf. p. 91, 94, 105, 114).

PERLMUTTER, S. et al. (juill. 1997). « Measurements of the Cosmological Parameters Omega and Lambda from the First 7 Supernovae at z >= 0.35 ». en. In : *The Astrophysical Journal* 483.2. arXiv :astro-ph/9608192, p. 565-581. ISSN : 0004-637X, 1538-4357. DOI : 10.1086/304265. URL : http://arxiv.org/abs/astro-ph/9608192 (visité le 03/07/2023) (cf. p. 71).

PERLMUTTER, S. et al. (juin 1999). « Measurements of Ω and Λ from 42 High-Redshift Supernovae ». In : *The Astrophysical Journal* 517, p. 565-586. ISSN : 0004-637X. DOI : 10.1086/307221. URL : http://adsabs.harvard.edu/abs/1999ApJ...517..565P (visité le 12/02/2021) (cf. p. 32, 88).

PETERSON, Erik R. et al. (jan. 2022). « The Pantheon+ Analysis : Evaluating Peculiar Velocity Corrections in Cosmological Analyses with Nearby Type Ia Supernovae ». en. In : *arXiv :2110.03487 [astro-ph]*. arXiv : 2110.03487. URL : http://arxiv.org/abs/2110.03487 (visité le 18/02/2022) (cf. p. 83).

PEZZOTTA, A. et al. (août 2017). « The VIMOS Public Extragalactic Redshift Survey (VIPERS) - The growth of structure at 0.5 < z < 1.2 from redshift-space distortions in the clustering of the PDR-2 final sample ». en. In : *Astronomy & Astrophysics* 604. Publisher : EDP Sciences, A33. ISSN : 0004-6361, 1432-0746. DOI : 10.1051/0004-6361/201630295. URL : https://www.aanda.org/articles/aa/abs/2017/08/aa30295-16/aa30295-16.html (visité le 12/06/2023) (cf. p. 60).

PHILLIPS, M. M. (août 1993). « The Absolute Magnitudes of Type IA Supernovae ». In : *The Astrophysical Journal* 413. ADS Bibcode : 1993ApJ...413L.105P, p. L105. ISSN :

0004-637X. DOI : 10.1086/186970. URL : https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1993ApJ...413L.105P (visité le 18/02/2023) (cf. p. 70, 71).

PIAZZA, Federico et Filippo VERNIZZI (nov. 2013). « Effective Field Theory of Cosmological Perturbations ». In : *Classical and Quantum Gravity* 30.21. arXiv :1307.4350 [astro-ph, physics :gr-qc, physics :hep-th], p. 214007. ISSN : 0264-9381, 1361-6382. DOI : 10.1088/0264-9381/30/21/214007. URL : http://arxiv.org/abs/1307.4350 (visité le 17/05/2023) (cf. p. 38).

PIKE, R. W. et Michael J. HUDSON (déc. 2005). « Cosmological Parameters from the Comparison of the 2MASS Gravity Field with Peculiar Velocity Surveys ». In : *The Astrophysical Journal* 635.1. arXiv :astro-ph/0511012, p. 11-21. ISSN : 0004-637X, 1538-4357. DOI : 10.1086/497359. URL : http://arxiv.org/abs/astro-ph/0511012 (visité le 19/06/2023) (cf. p. 131).

PLANCK COLLABORATION et al. (mai 2019). *Planck 2018 results. IX. Constraints on primordial non-Gaussianity*. arXiv :1905.05697 [astro-ph, physics :gr-qc, physics :hep-ph, physics :hep-th]. DOI : 10.48550/arXiv.1905.05697. URL : http://arxiv.org/abs/1905.05697 (visité le 04/07/2023) (cf. p. 40).

PLANCK COLLABORATION et al. (sept. 2020). « Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters ». In : *Astronomy & Astrophysics* 641. arXiv :1807.06209 [astro-ph], A6. ISSN : 0004-6361, 1432-0746. DOI : 10.1051/0004-6361/201833910. URL : http://arxiv.org/abs/1807.06209 (visité le 22/04/2023) (cf. p. 21, 22, 26-30, 32-35, 98).

POULIN, Vivian et al. (mars 2023). *The Ups and Downs of Early Dark Energy solutions to the Hubble tension : a review of models, hints and constraints circa 2023*. arXiv :2302.09032 [astro-ph, physics :hep-ph, physics :hep-th]. DOI : 10.48550/arXiv.2302.09032. URL : http://arxiv.org/abs/2302.09032 (visité le 17/05/2023) (cf. p. 37).

PRIDEAUX-GHEE, James et al. (déc. 2022). « Field-Based Physical Inference From Peculiar Velocity Tracers ». en. In : *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 518.3. arXiv :2204.00023 [astro-ph], p. 4191-4213. ISSN : 0035-8711, 1365-2966. DOI : 10.1093/mnras/stac3346. URL : http://arxiv.org/abs/2204.00023 (visité le 19/06/2023) (cf. p. 131).

PSKOVSKII, Iu. P. (déc. 1977). « Light curves, color curves, and expansion velocity of type I supernovae as functions of the rate of brightness decline ». In : *Soviet Astronomy* 21. ADS Bibcode : 1977SvA....21..675P, p. 675. ISSN : 0038-5301. URL : https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1977SvA....21..675P (visité le 04/09/2023) (cf. p. 70).

QIN, Fei et al. (août 2019). « The Redshift Space Momentum Power Spectrum II : measuring the growth rate from the combined 2MTF and 6dFGSv surveys ». In : *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 487.4. arXiv :1906.02874 [astro-ph], p. 5235-5247. ISSN : 0035-8711, 1365-2966. DOI : 10.1093/mnras/stz1576. URL : http://arxiv.org/abs/1906.02874 (visité le 19/06/2023) (cf. p. 131).

RASERA, Y. et al. (mai 2022). « The RayGalGroupSims cosmological simulation suite for the study of relativistic effects : an application to lensing-matter clustering statistics ». In : *Astronomy & Astrophysics* 661. arXiv :2111.08745 [astro-ph, physics :gr-qc],

A90. ISSN : 0004-6361, 1432-0746. DOI : 10.1051/0004-6361/202141908. URL : http://arxiv.org/abs/2111.08745 (visité le 17/04/2023) (cf. p. 103).

RATRA, Bharat et P. J. E. PEEBLES (juin 1988). « Cosmological consequences of a rolling homogeneous scalar field ». In : *Physical Review D* 37.12. Publisher : American Physical Society, p. 3406-3427. DOI : 10.1103/PhysRevD.37.3406. URL : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.37.3406 (visité le 17/05/2023) (cf. p. 37).

RIESS, Adam G. et al. (sept. 1998). « Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant ». In : *The Astronomical Journal* 116, p. 1009-1038. ISSN : 0004-6256. DOI : 10.1086/300499. URL : http://adsabs.harvard.edu/abs/1998AJ....116.1009R (visité le 12/02/2021) (cf. p. 32, 88).

RIESS, Adam G. et al. (juill. 2022). « A Comprehensive Measurement of the Local Value of the Hubble Constant with 1 km/s/Mpc Uncertainty from the Hubble Space Telescope and the SH0ES Team ». In : *The Astrophysical Journal Letters* 934.1. arXiv :2112.04510 [astro-ph], p. L7. ISSN : 2041-8205, 2041-8213. DOI : 10.3847/2041-8213/ac5c5b. URL : http://arxiv.org/abs/2112.04510 (visité le 09/05/2023) (cf. p. 34).

RIGAULT, M. et al. (mars 2015). « Confirmation of a Star Formation Bias in Type Ia Supernova Distances and its Effect on Measurement of the Hubble Constant ». In : *The Astrophysical Journal* 802.1. arXiv :1412.6501 [astro-ph], p. 20. ISSN : 1538-4357. DOI : 10.1088/0004-637X/802/1/20. URL : http://arxiv.org/abs/1412.6501 (visité le 10/05/2023) (cf. p. 35).

RIGAULT, Mickael (août 2018). « ztfquery, a python tool to access ZTF data ». In : *Zenodo*. ADS Bibcode : 2018zndo...1345222R. DOI : 10.5281/zenodo.1345222. URL : https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2018zndo...1345222R (visité le 07/07/2023) (cf. p. 101).

ROSSI, Graziano et al. (mai 2021). « The Completed SDSS-IV Extended Baryon Oscillation Spectroscopic Survey : N-body Mock Challenge for Galaxy Clustering Measurements ». en. In : *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 505.1. arXiv :2007.09002 [astro-ph], p. 377-407. ISSN : 0035-8711, 1365-2966. DOI : 10.1093/mnras/staa3955. URL : http://arxiv.org/abs/2007.09002 (visité le 10/07/2023) (cf. p. 104).

RUBIN, Vera C. et W. Kent FORD Jr. (fév. 1970). « Rotation of the Andromeda Nebula from a Spectroscopic Survey of Emission Regions ». In : *The Astrophysical Journal* 159. ADS Bibcode : 1970ApJ...159..379R, p. 379. ISSN : 0004-637X. DOI : 10.1086/150317. URL : https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1970ApJ...159..379R (visité le 27/04/2023) (cf. p. 30).

SAID, Khaled et al. (sept. 2020). « Joint analysis of 6dFGS and SDSS peculiar velocities for the growth rate of cosmic structure and tests of gravity ». In : *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 497.1, p. 1275-1293. ISSN : 0035-8711. DOI : 10.1093/mnras/staa2032. URL : https://doi.org/10.1093/mnras/staa2032 (visité le 19/06/2023) (cf. p. 131).

SAMUSHIA, L. et al. (mars 2012). « Interpreting large-scale redshift-space distortion measurements ». In : *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 420. ADS Bibcode : 2012MNRAS.420.2102S, p. 2102-2119. ISSN : 0035-8711. DOI : 10.1111/j.1365-2966.2011.20169.x. URL : https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2012MNRAS.420.2102S (visité le 12/06/2023) (cf. p. 60).

SANCHEZ, Ariel G. (déc. 2020). « Arguments against using $h^{-1}{\rm Mpc}$ units in observational cosmology ». en. In : *Physical Review D* 102.12. arXiv :2002.07829 [astro-ph], p. 123511. ISSN : 2470-0010, 2470-0029. DOI : 10.1103/PhysRevD.102.123511. URL : http://arxiv.org/abs/2002.07829 (visité le 16/05/2023) (cf. p. 42).

SATPATHY, Siddharth et al. (août 2017). « The clustering of galaxies in the completed SDSS-III Baryon Oscillation Spectroscopic Survey : on the measurement of growth rate using galaxy correlation functions ». In : *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 469.2, p. 1369-1382. ISSN : 0035-8711. DOI : 10.1093/mnras/stx883. URL : https://doi.org/10.1093/mnras/stx883 (visité le 12/06/2023) (cf. p. 60).

SAULDER, Christoph et al. (fév. 2023). *Target Selection for the DESI Peculiar Velocity Survey*. arXiv :2302.13760 [astro-ph]. DOI : 10.48550/arXiv.2302.13760. URL : http://arxiv.org/abs/2302.13760 (visité le 28/02/2023) (cf. p. 161).

SCHLAFLY, Edward F. et Douglas P. FINKBEINER (août 2011). « Measuring Reddening with Sloan Digital Sky Survey Stellar Spectra and Recalibrating SFD ». In : *The Astrophysical Journal* 737. ADS Bibcode : 2011ApJ...737..103S, p. 103. ISSN : 0004-637X. DOI : 10.1088/0004-637X/737/2/103. URL : https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2011ApJ...737..103S (visité le 07/07/2023) (cf. p. 100).

SCHLEGEL, David J. et al. (juin 1998). « Maps of Dust Infrared Emission for Use in Estimation of Reddening and Cosmic Microwave Background Radiation Foregrounds ». In : *The Astrophysical Journal* 500. ADS Bibcode : 1998ApJ...500..525S, p. 525-553. ISSN : 0004-637X. DOI : 10.1086/305772. URL : https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1998ApJ...500..525S (visité le 07/07/2023) (cf. p. 100).

SCOCCIMARRO, Roman (oct. 2004). « Redshift-Space Distortions, Pairwise Velocities and Nonlinearities ». en. In : *Physical Review D* 70.8. arXiv :astro-ph/0407214, p. 083007. ISSN : 1550-7998, 1550-2368. DOI : 10.1103/PhysRevD.70.083007. URL : http://arxiv.org/abs/astro-ph/0407214 (visité le 11/06/2023) (cf. p. 60).

SCOLNIC, D. et al. (avr. 2023). *CATS : The Hubble Constant from Standardized TRGB and Type Ia Supernova Measurements*. arXiv :2304.06693 [astro-ph]. DOI : 10.48550/arXiv.2304.06693. URL : http://arxiv.org/abs/2304.06693 (visité le 14/04/2023) (cf. p. 34).

SCOLNIC, D. M. et al. (juin 2018). « The Complete Light-curve Sample of Spectroscopically Confirmed SNe Ia from Pan-STARRS1 and Cosmological Constraints from the Combined Pantheon Sample ». In : *The Astrophysical Journal* 859, p. 101. DOI : 10.3847/1538-4357/aab9bb. URL : http://adsabs.harvard.edu/abs/2018ApJ...859..101S (visité le 04/11/2020) (cf. p. 83).

SCOLNIC, Dan et al. (oct. 2022). « The Pantheon+ Analysis : The Full Dataset and Light-Curve Release ». In : *The Astrophysical Journal* 938.2. arXiv :2112.03863 [astro-ph], p. 113. ISSN : 0004-637X, 1538-4357. DOI : 10.3847/1538-4357/ac8b7a. URL : http://arxiv.org/abs/2112.03863 (visité le 17/04/2023) (cf. p. 88, 89).

SCOLNIC, Daniel et Richard KESSLER (mai 2016). « Measuring Type Ia Supernova Populations of Stretch and Color and Predicting Distance Biases ». en. In : *The Astrophysical Journal* 822.2. arXiv : 1603.01559, p. L35. ISSN : 2041-8213. DOI : 10.3847/2041-8205/822/2/L35. URL : http://arxiv.org/abs/1603.01559 (visité le 07/06/2021) (cf. p. 107, 108, 116).

SMITH, Alex et al. (oct. 2020). « The completed SDSS-IV extended Baryon Oscillation Spectroscopic Survey : N-body mock challenge for the quasar sample ». In : *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 499.1, p. 269-291. ISSN : 0035-8711. DOI : 10.1093/mnras/staa2825. URL : https://doi.org/10.1093/mnras/staa2825 (visité le 10/07/2023) (cf. p. 104).

SONG, Yong-Seon et Will J. PERCIVAL (oct. 2009). « Reconstructing the history of structure formation using redshift distortions ». en. In : *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 2009.10. arXiv :0807.0810 [astro-ph], p. 004-004. ISSN : 1475-7516. DOI : 10.1088/1475-7516/2009/10/004. URL : http://arxiv.org/abs/0807.0810 (visité le 11/06/2023) (cf. p. 60).

SPRINGEL, Volker et al. (mars 2018). « First results from the IllustrisTNG simulations : matter and galaxy clustering ». en. In : *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 475.1. arXiv :1707.03397 [astro-ph], p. 676-698. ISSN : 0035-8711, 1365-2966. DOI : 10.1093/mnras/stx3304. URL : http://arxiv.org/abs/1707.03397 (visité le 04/07/2023) (cf. p. 103).

SPRINGOB, Christopher M. et al. (mai 2009). « SFI++ II : A New I-band Tully-Fisher Catalog, Derivation of Peculiar Velocities and Dataset Properties ». In : *The Astrophysical Journal Supplement Series* 182.1. arXiv :0705.0647 [astro-ph], p. 474-475. ISSN : 0067-0049, 1538-4365. DOI : 10.1088/0067-0049/182/1/474. URL : http://arxiv.org/abs/0705.0647 (visité le 19/06/2023) (cf. p. 129).

SULLIVAN, M. et al. (mai 2010). « The Dependence of Type Ia Supernova Luminosities on their Host Galaxies ». In : *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. arXiv :1003.5119 [astro-ph], no-no. ISSN : 00358711, 13652966. DOI : 10.1111/j.1365-2966.2010.16731.x. URL : http://arxiv.org/abs/1003.5119 (visité le 08/09/2023) (cf. p. 71).

SÁNCHEZ, Ariel G. et al. (jan. 2017). « The clustering of galaxies in the completed SDSS-III Baryon Oscillation Spectroscopic Survey : Cosmological implications of the configuration-space clustering wedges ». In : *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 464. ADS Bibcode : 2017MNRAS.464.1640S, p. 1640-1658. ISSN : 0035-8711. DOI : 10.1093/mnras/stw2443. URL : https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2017MNRAS.464.1640S (visité le 12/06/2023) (cf. p. 60).

TAMONE, Amélie et al. (déc. 2020). « The completed SDSS-IV extended baryon oscillation spectroscopic survey : growth rate of structure measurement from anisotropic clustering analysis in configuration space between redshift 0.6 and 1.1 for the emission-line galaxy sample ». In : *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 499. ADS Bibcode : 2020MNRAS.499.5527T, p. 5527-5546. ISSN : 0035-8711. DOI : 10.1093/mnras/staa3050. URL : https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2020MNRAS.499.5527T (visité le 12/06/2023) (cf. p. 60).

TARUYA, Atsushi et al. (nov. 2012). « RegPT : Direct and fast calculation of regularized cosmological power spectrum at two-loop order ». en. In : *Physical Review D* 86.10. arXiv :1208.1191 [astro-ph, physics :gr-qc], p. 103528. ISSN : 1550-7998, 1550-2368. DOI : 10.1103/PhysRevD.86.103528. URL : http://arxiv.org/abs/1208.1191 (visité le 12/09/2022) (cf. p. 135, 136, 150).

THE ASTROPY COLLABORATION et al. (juin 2022). *The Astropy Project : Sustaining and Growing a Community-oriented Open-source Project and the Latest Major Release (v5.0) of the Core Package*. arXiv :2206.14220 [astro-ph]. DOI : 10.3847/1538-4357/ac7c74. URL : http://arxiv.org/abs/2206.14220 (visité le 09/08/2023) (cf. p. 100).

THE LIGO SCIENTIFIC COLLABORATION et THE VIRGO COLLABORATION (oct. 2017). « GW170817 : Observation of Gravitational Waves from a Binary Neutron Star Inspiral ». In : *Physical Review Letters* 119.16. arXiv :1710.05832 [astro-ph, physics :gr-qc], p. 161101. ISSN : 0031-9007, 1079-7114. DOI : 10.1103/PhysRevLett.119.161101. URL : http://arxiv.org/abs/1710.05832 (visité le 14/12/2023) (cf. p. 38).

TORRE, S. de la et al. (déc. 2017). « The VIMOS Public Extragalactic Redshift Survey (VIPERS) - Gravity test from the combination of redshift-space distortions and galaxy-galaxy lensing at 0.5 < z < 1.2 ». en. In : *Astronomy & Astrophysics* 608. Publisher : EDP Sciences, A44. ISSN : 0004-6361, 1432-0746. DOI : 10.1051/0004-6361/201630276. URL : https://www.aanda.org/articles/aa/abs/2017/12/aa30276-16/aa30276-16.html (visité le 12/06/2023) (cf. p. 60).

TRIPP, Robert (mars 1998). « A two-parameter luminosity correction for Type Ia supernovae ». en. In : *Astronomy and Astrophysics* 331, p. 815-820 (cf. p. 70).

TSUJIKAWA, Shinji et al. (oct. 2009). « The dispersion of growth of matter perturbations in f(R) gravity ». en. In : *Physical Review D* 80.8. arXiv :0908.2669 [astro-ph, physics :gr-qc, physics :hep-ph, physics :hep-th], p. 084044. ISSN : 1550-7998, 1550-2368. DOI : 10.1103/PhysRevD.80.084044. URL : http://arxiv.org/abs/0908.2669 (visité le 10/07/2023) (cf. p. 61).

TULLY, R. B. et J. R. FISHER (fév. 1977). « A new method of determining distances to galaxies. » en. In : *Astronomy and Astrophysics* 54, p. 661-673. ISSN : 0004-6361. URL : https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1977A&A....54..661T/abstract (visité le 02/03/2023) (cf. p. 128, 129).

TURNER, Ryan J. et al. (juill. 2022). *A local measurement of the growth rate from peculiar velocities and galaxy clustering correlations in the 6dF Galaxy Survey*. arXiv :2207.03707 [astro-ph]. DOI : 10.48550/arXiv.2207.03707. URL : http://arxiv.org/abs/2207.03707 (visité le 12/07/2022) (cf. p. 131).

WANG, Limin et Paul J. STEINHARDT (déc. 1998). « Cluster Abundance Constraints on Quintessence Models ». en. In : *The Astrophysical Journal* 508.2. arXiv :astro-ph/9804015, p. 483-490. ISSN : 0004-637X, 1538-4357. DOI : 10.1086/306436. URL : http://arxiv.org/abs/astro-ph/9804015 (visité le 07/06/2023) (cf. p. 50).

WATKINS, Richard et Hume A. FELDMAN (juin 2015). « An unbiased estimator of peculiar velocity with Gaussian distributed errors for precision cosmology ». en. In : *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 450.2, p. 1868-1873. ISSN : 1365-2966, 0035-8711. DOI : 10.1093/mnras/stv651. URL : http://academic.oup.

com/mnras/article/450/2/1868/980317/An-unbiased-estimator-of-peculiar-velocity-with (visité le 04/12/2020) (cf. p. 84).

WETTERICH, C. (juin 1988). « Cosmology and the fate of dilatation symmetry ». In : *Nuclear Physics B* 302. ADS Bibcode : 1988NuPhB.302..668W, p. 668-696. ISSN : 0550-3213. DOI : 10.1016/0550-3213(88)90193-9. URL : https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1988NuPhB.302..668W (visité le 29/08/2023) (cf. p. 37).

WONG, Kenneth C. et al. (oct. 2020). « H0LiCOW XIII. A 2.4% measurement of H_{0} from lensed quasars : 5.3σ tension between early and late-Universe probes ». en. In : *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 498.1. arXiv :1907.04869 [astro-ph], p. 1420-1439. ISSN : 0035-8711, 1365-2966. DOI : 10.1093/mnras/stz3094. URL : http://arxiv.org/abs/1907.04869 (visité le 10/05/2023) (cf. p. 34).

WORKMAN, R. L. et OTHERS (2022). « Review of Particle Physics ». In : *PTEP* 2022, p. 083C01. DOI : 10.1093/ptep/ptac097 (cf. p. 28).

ZARROUK, Pauline et al. (juin 2018). « The clustering of the SDSS-IV extended Baryon Oscillation Spectroscopic Survey DR14 quasar sample : measurement of the growth rate of structure from the anisotropic correlation function between redshift 0.8 and 2.2 ». In : *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 477.2, p. 1639-1663. ISSN : 0035-8711. DOI : 10.1093/mnras/sty506. URL : https://doi.org/10.1093/mnras/sty506 (visité le 10/07/2023) (cf. p. 104).

ZUMALACARREGUI, Miguel et al. (août 2017). « hi_class : Horndeski in the Cosmic Linear Anisotropy Solving System ». In : *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 2017.08. arXiv :1605.06102 [astro-ph, physics :gr-qc, physics :hep-ph, physics :hep-th], p. 019-019. ISSN : 1475-7516. DOI : 10.1088/1475-7516/2017/08/019. URL : http://arxiv.org/abs/1605.06102 (visité le 17/05/2023) (cf. p. 38).

ZWICKY, F. (jan. 1933). « Die Rotverschiebung von extragalaktischen Nebeln ». In : *Helvetica Physica Acta* 6. ADS Bibcode : 1933AcHPh...6..110Z, p. 110-127. ISSN : 0018-0238. URL : https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1933AcHPh...6..110Z (visité le 27/04/2023) (cf. p. 30).

– (oct. 1937). « On the Masses of Nebulae and of Clusters of Nebulae ». In : *The Astrophysical Journal* 86. ADS Bibcode : 1937ApJ....86..217Z, p. 217. ISSN : 0004-637X. DOI : 10.1086/143864. URL : https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1937ApJ...86..217Z (visité le 27/04/2023) (cf. p. 30).